



UNIVERSIDADE DO VALE DO TAQUARI - UNIVATES  
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLÓGICAS  
CURSO DE ENGENHARIA CIVIL

**ANÁLISE COMPARATIVA DAS DEFORMAÇÕES IMEDIATAS  
DE LAJES MACIÇAS EM CONCRETO ARMADO COM E SEM  
ABERTURA**

Alana Francischett Pitol

Lajeado, novembro de 2017.

Alana Francischett Pitol

**ANÁLISE COMPARATIVA DAS DEFORMAÇÕES IMEDIATAS  
DE LAJES MACIÇAS EM CONCRETO ARMADO COM E SEM  
ABERTURA**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado no Centro de Ciências Exatas e Tecnológicas (CETEC), da Universidade do Vale do Taquari - Univates, como parte dos requisitos para obtenção do título de bacharel em Engenharia Civil.

**ORIENTADOR:** Prof. Ms. Douglas Ferreira Velho

Lajeado, novembro de 2017.

Alana Francischett Pitol

**ANÁLISE COMPARATIVA DAS DEFORMAÇÕES IMEDIATAS  
DE LAJES MACIÇAS EM CONCRETO ARMADO COM E SEM  
ABERTURA**

Prof. Me Douglas Ferreira Velho - orientador  
Universidade do Vale do Taquari – Univates

Prof. Me. Rafael Mascolo  
Universidade do Vale do Taquari - Univates

Prof. Me. Pedro Grala  
Universidade do Vale do Taquari - Univates

Lajeado, novembro de 2017.

## **AGRADECIMENTO**

Gostaria de agradecer à minha família que não mediu esforços para me ajudar a concluir a minha graduação, estando sempre ao meu lado me apoiando e guiando para o melhor caminho. Vocês são minha principal inspiração, não sei definir o quanto vocês são importantes e essenciais em minha vida em todos os momentos.

Ao meu namorado e engenheiro Alan Rodrigo Simsen que além de estar sempre ao meu lado, não mediu esforços, dedicação e tempo para me auxiliar sempre quando tive dúvidas neste trabalho. Você é um exemplo de pessoa e profissional.

Agradeço ao meu orientador Prof. Douglas Ferreira Velho pelo empenho e dedicação depositados para a execução deste trabalho. Assim como agradeço a todos os professores pelos conhecimentos repassados ao longo desses 5 anos de graduação.

Às minhas amigas, amigos e colegas de curso que em diversos momentos estiveram ao meu lado ao longo desses anos.

Agradecer também à Deus, por tudo! Sem o auxílio dele nada é possível.

Spread your wings, across the universe,  
It's your time to, it's your time to shine.  
(Fly - Avril Lavigne)

## RESUMO

Baseado no crescimento da utilização do concreto armado na construção civil, se faz necessário manter, principalmente, a segurança para os usuários, sendo importante analisar corretamente todas as etapas estruturais de uma construção. Portanto, buscou-se apresentar uma análise comparativa das deformações imediatas das lajes maciças inteiriças e com abertura de 100x100cm em três posições diferentes. Esta análise tem como propósito demonstrar a influência que a posição das aberturas executadas nas lajes possui na deformação imediata, tendo como base para este dimensionamento a NBR 6118:2014. As lajes analisadas possuem variados vãos e carregamentos, e para o seu dimensionamento foi utilizado o método de analogia de grelha com apoio rotulado indeslocável. Os resultados foram obtidos através de uma análise iterativa que utilizou uma planilha do Excel juntamente com um software computacional de elementos finitos, após os resultados foram comparados graficamente para melhor interpretação. Com este estudo comprovou-se que há variação na deformação das lajes, podendo ser observado que essa variação da deformação se altera conforme muda o carregamento e a posição da abertura na laje. Com os resultados, é possível nortear projetistas estruturais quando necessitarem executar aberturas em lajes maciças de concreto armado, para escolher a posição mais favorável.

**Palavras chave:** Lajes maciças. Concreto armado. Abertura. Deformação.

## **ABSTRACT**

Based on the growth of the use of reinforced concrete in the civil construction, it is necessary to maintain safety mainly for users, being important to analyze correctly all the structural steps of a construction. Therefore, it was sought to present a comparative analysis of the immediate displacements of the solid slabs without hole, with solid slabs with 100x100cm hole in three different positions. This analysis has as purpose demonstration the influence that the position of the holes executed in the slabs has in the immediate displacements, having as basis the dimensioning the NBR 6118: 2014. The analyzed slabs have different spans and loads, and for their design was used the method of grid analogy with indescribable labeled support. The results were obtained through an interactive analysis that used an Excel spreadsheet together with a finite element computational software, after the results they were compared graphically for better interpretation. With this study, it was verified that there is variation in the deformation of the slabs, being able to be observed that this variation of the displacements is adjusted to a change the loading and a hole position in the slab. With the results, is possible to help structural designers when necessary to perform holes in massive slabs of reinforced concrete to choose the most favorable position.

**Keywords:** Solid slabs. Reinforced concrete. Hole. Displacements.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Exemplo de laje maciça. ....	20
Figura 2 – Componentes de movimento de um nó. ....	27
Figura 3 – Laje composta por uma malha de grelha equivalente. ....	28
Figura 4 – Domínios de estado-limite último de uma seção transversal ....	31
Figura 5 – Comportamento de uma peça de concreto. ....	31
Figura 6 – Abertura em laje. ....	35
Figura 7 – Fluxograma do trabalho apresentado. ....	38
Figura 8 – Abertura localizada no canto da laje (Posição 1). ....	51
Figura 9 – Abertura centralizada a 1 metro da face da laje (Posição 2). ....	51
Figura 10 – Abertura localizada no centro da laje (Posição 3). ....	52
Figura 11: Localização da deformação na laje sem abertura. ....	64
Figura 12: Localização da deformação na laje com abertura na Posição 1. ....	65
Figura 13: Localização da deformação na laje 500x500cm com abertura na Posição 2. ....	65
Figura 14: Localização da deformação na laje 600x600cm com abertura na Posição 2. ....	66
Figura 15: Localização da deformação na laje 700x700cm com abertura na Posição 2. ....	67
Figura 16: Localização da deformação na laje 800x800cm com abertura na Posição 2. ....	67
Figura 17: Localização da deformação na laje com abertura na Posição 3. ....	68



## **LISTA DE TABELAS**

Tabela 1 – Classe de agressividade ambiental.....	21
Tabela 2 – Cobrimento em relação a classe de agressividade ambiental das lajes. ....	22
Tabela 3 – Valores dos coeficientes $\gamma_c$ e $\gamma_s$ . ....	24
Tabela 4 – Combinações de serviço. ....	26
Tabela 5 – Estado limite de deformação excessiva. ....	34
Tabela 6 – Resumo das variáveis das lajes.....	39

## LISTA DE GRÁFICO

Gráfico 1 – Deformação da laje 500x500cm.....	56
Gráfico 2 – Deformação da laje 600x600cm.....	57
Gráfico 3 – Deformação da laje 700x700cm.....	58
Gráfico 4 – Deformação da laje 800x800cm.....	59
Gráfico 5 – Variação da deformação da laje 500x500cm. ....	60
Gráfico 6 – Variação da deformação da laje 600x600cm. ....	61
Gráfico 7 – Variação da deformação da laje 700x700cm. ....	62
Gráfico 8 - Variação da deformação da laje 800x800cm. ....	63
Gráfico 9 – Resultado geral da variação das deformações.....	69

## **LISTA DE ABREVIATURAS**

ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas
NBR	Norma Brasileira Regulamentadora
Fck	Resistência característica à compressão do concreto

## SUMÁRIO

<b>1.INTRODUÇÃO .....</b>	<b>14</b>
1.1. Objetivos.....	15
1.2. Justificativa .....	16
1.3. Delimitação do trabalho.....	16
1.4. Estrutura do trabalho .....	18
 <b>2.REVISÃO BIBLIOGRÁFICA .....</b>	<b>19</b>
2.1. Lajes maciças.....	19
2.2. Tipo de carregamentos.....	22
2.3. Combinações de ações.....	23
2.4. Tipos de apoios em lajes.....	26
2.5. Analogia de grelha.....	27
2.6. Esforços .....	28
2.7. Lajes maciças de concreto armado submetidas a flexão .....	30
2.8. Lajes maciças de concreto armado submetidas ao cisalhamento .....	32
2.9. Deformações de lajes.....	33
2.10. Abertura em lajes.....	35
 <b>3.PROGRAMA EXPERIMENTAL.....</b>	<b>37</b>
3.1. Considerações iniciais .....	37
3.2. Variáveis da pesquisa .....	38
3.3. Estratégia de Pesquisa .....	39
3.4. Dimensionamento.....	40

3.5.	Abertura .....	50
3.6.	Software computacional de análise estrutural de elementos finitos .....	52
<b>4.RESULTADOS E DISCUSSÕES.....</b>		<b>54</b>
4.1.	Execução do trabalho.....	54
4.2.	Deformações.....	55
4.3.	Variação da deformação .....	59
4.4.	Localização pontual das deformações .....	63
4.5.	Comportamento geral .....	68
<b>5.CONSIDERAÇÕES FINAIS.....</b>		<b>71</b>
<b>6.REFERÊNCIAS.....</b>		<b>74</b>

## **1. INTRODUÇÃO**

Em meados do século XIX, em decorrência da Revolução Industrial, nasce o concreto armado. Sendo a primeira união do cimento Portland e do aço laminado foi o barco construído por Lambot na França, no ano de 1849, ano esse que ficou internacionalmente conhecido como sendo o nascimento do concreto armado (FUSCO, 2008).

O concreto armado no Brasil começou a ser difundido no início do século XX, inicialmente no Rio de Janeiro, com a primeira ponte construída em concreto armado por Hennebique. Com o passar do tempo o concreto armado se tornou muito utilizado na construção civil, por ser um material que apresenta boa resistência, durabilidade e custo (CLÍMACO, 2015).

Os componentes estruturais que podem ser executados em concreto armado são as lajes, vigas, pilares e fundações. Podem ser encontrados diferentes tipos de lajes, entre elas pode-se citar: lajes maciças, lajes de vigota e tavela, lajes nervuradas, lajes treliçadas, lajes alveolares e steel deck.

Lajes são placas de concreto que servem como elemento estrutural de superfície (CARVALHO e FIGUEIREDO, 2015). As lajes têm como principais funções suportar seu peso próprio e sobrecargas acidentais, podem isolar térmica e acusticamente os diferentes pavimentos da edificação. As mesmas podem ser residências, comerciais ou industriais, a função de resistência deve ser atendida em todos os casos, já a função de isolamento dependerá de cada caso em específico (GURERRIN e LAVAUUR, 2002). O tipo de laje que melhor atende às especificações de cada projeto deve ser determinado pelo engenheiro estrutural, normalmente, a pedido do cliente, são verificados no mínimo dois tipos de laje optando-se pelo

melhor enquadramento técnico e financeiro para a edificação, pois frente à constante evolução das tecnologias, busca-se melhores métodos e melhoria de qualidade (LOPES, 2012).

Segundo Nervo (2012), no passado da construção civil adotava-se para edificações sistemas de lajes de concreto armado convencionais maciças, utilizando peças mais robustas que as atuais, mesmo assim, não era possível vencer grandes vãos. Com o avanço da tecnologia e estudo na área de materiais, conseguiu-se atingir resistências maiores para o concreto e para o aço, assim podem ser utilizadas peças mais esbeltas e vencer vãos cada vez maiores.

As lajes podem ser inteiriças ou possuir aberturas, de tamanho variável, que servem como shafts hidráulicos ou elétricos da edificação. O comportamento que uma laje maciça irá apresentar quando for executada uma abertura dependerá da posição, tamanho e forma dos elementos (LEONHARDT e MONNIG, 1978).

Diante disso, evidencia-se a necessidade de entender comportamento que a laje maciça terá com a abertura, sendo realizado um estudo comparativo buscando analisar a deformação das lajes maciças com e sem abertura, neste estudo serão utilizados métodos de cálculos presentes na norma vigente de projeto estrutural NBR 6118 (ABNT, 2014). Compondo uma planilha de cálculos para definição da espessura da laje e utilizando um software de análise estrutural de elementos finitos para obtenção dos esforços e deformação presentes em cada laje.

## **1.1. Objetivos**

### **1.1.1. Objetivo Geral**

Este trabalho tem como objetivo geral fazer uma análise comparativa da deformação das lajes, com e sem abertura, variando a posição da abertura, carregamento atuante na laje e vãos, visando verificar como a posição da abertura influência na variação das deformações.

### **1.1.2. Objetivo Específicos**

- ✓ Definir uma espessura para cada combinação de carregamento e vão considerando a laje sem abertura;
- ✓ Verificar as deformações imediatas no estado limite de serviço apresentadas pelas lajes;
- ✓ Comparar as variações das deformações conforme posição da abertura nas lajes.

### **1.2. Justificativa**

O tema do presente trabalho será estudado devido à falta de pesquisa envolvendo as condicionantes do mesmo. Trabalhos sobre análise da deformação de um elemento estrutural com e sem abertura, foram encontrados somente em elementos como vigas e laje cogumelo, não sendo encontrado material no âmbito de lajes maciças, contendo as condicionantes que serão apresentadas a seguir neste trabalho.

A análise torna-se válida porque ao ser feita uma abertura em uma laje, é retirada uma certa quantidade de material da mesma, podendo causar perturbação do fluxo de tensões, presentes nas lajes, assim a laje pode perder sua estabilidade. Desta forma com a presença da abertura a análise estrutural apresentará deformações diferentes das encontradas em elemento inteiriço, essa variação será analisada (MARTINS, 1992).

Com esse estudo o trabalho busca justificar tecnicamente a melhor escolha da posição de uma abertura, quando for necessária executá-la.

### **1.3. Delimitação do trabalho**

O presente trabalho possui as seguintes restrições:

- ✓ Vãos das lajes serão os seguintes tamanhos 5, 6, 7 e 8 metros;



- ✓ Carregamentos das lajes seguiram a norma NBR 6120 (ABNT 1980) sendo de edifícios residenciais (dormitórios, sala, copa, cozinha e banheiro)  $150\text{kg/m}^2$ , garagens e estacionamento  $300\text{kg/m}^2$ , e biblioteca  $600\text{ kg/m}^2$ ;
- ✓ As lajes serão de concreto com resistência a compressão ( $f_{ck}$ ) de  $30\text{MPa}$ ;
- ✓ Revestimento será considerado de argamassa de cal, cimento e areia, onde segundo a NBR 6120/1980 seu peso específico é de  $1900\text{kg/m}^3$ ;
- ✓ O tamanho da abertura a ser verificada nas lajes será de  $100\times 100\text{cm}$ ;
- ✓ Serão analisados três posicionamentos de aberturas;
- ✓ A análise será feita pelo método de grelhas, com espaçamento de  $25\times 25\text{cm}$ ;
- ✓ A laje terá apoio rotulado indeslocável, para a rigidez do apoio não influenciar nos resultados das deformações;
- ✓ A rigidez a torção das barras das grelhas seguirá o item 14.6.6.2 da NBR 6118 (ABNT, 2014), ou seja, rigidez igual a 0;
- ✓ Nas lajes serão dispensadas armaduras transversais;
- ✓ Serão utilizadas as combinações de estado limite último (ELU) para definir a altura da laje;
- ✓ Serão utilizadas as combinações de estado limite de serviço (ELS) para analisar a deformação;
- ✓ A verificação em estado limite de serviço não considerou a fluência;
- ✓ O coeficiente de ponderação do estado-limite de serviço ( $\Psi_2$ ), na tabela 11.2 da NBR 6118 (ABNT, 2014) é dividido em edificações com maior e menor tempo de aplicação das cargas acidentais durante a vida útil da construção, porém, no trabalho para não distorcer os resultados, esse coeficiente será tomado como valor único de 0,60, utilizado em edifícios de biblioteca, arquivos, oficinas e garagens, para todos casos de carregamento.

#### **1.4. Estrutura do trabalho**

O primeiro capítulo é composto pela introdução do trabalho, constituído de considerações iniciais, objetivos a serem alcançados pelo estudo, justificativa do tema, delimitações do trabalho e estrutura da composição do trabalho.

No segundo capítulo, foi descrito os referenciais bibliográficos dos assuntos abordados no programa experimental, detalhando referencialmente e especificando os procedimentos e considerações de cálculo adotados.

No terceiro capítulo, será descrito o programa experimental, demonstrando as verificações e métodos a serem realizadas para alcançar os objetivos propostos pelo presente trabalho.

No quarto capítulo, será descrito os resultados e discussões gerados pelo estudo realizado.

E no quinto capítulo, será descrito a conclusão final do trabalho juntamente com sugestões para trabalhos futuros.

## **2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA**

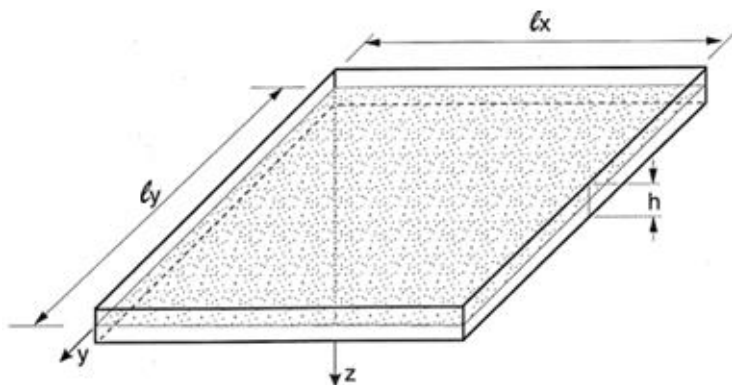
### **2.1. Lajes maciças**

Lajes maciças são placas planas de concreto armado ou protendido que permitem que as mesmas alcancem vãos e que suportem cargas e ações geradas sobre elas. Segundo a NBR 6118 (ABNT, 2014), as lajes possuem espessuras definidas, contendo armaduras longitudinais de flexão e em alguns casos possuem armaduras transversais, são apoiadas em vigas, pilares, capitéis ou paredes (LOPES, 2012).

As lajes maciças são peças estruturais tridimensionais horizontais ou inclinadas que adquirem esforços perpendiculares ao plano de espessura. Estes esforços são na maior parte dos casos originários da ação da gravidade sobre os corpos (ALMEIDA, 2009).

O concreto armado é composto de concreto simples associado a barras de aço, produzindo um elemento único quando submetidos a ações externas (CLÍMACO, 2015). Dentro desse elemento o concreto resiste principalmente a compressão e em determinados casos a tração, já o aço resiste principalmente a tração e em determinados casos a compressão. Observe-se na Figura 1, um exemplo de laje maciça.

Figura 1 – Exemplo de laje maciça.



Fonte: FUSCO, 1995. Página 237.

Segundo Carvalho e Figueiredo (2015), uma grande vantagem das lajes maciças é que se pode colocar as tubulações elétricas e demais instalações dentro da laje antes da concretagem final, também há uma economia no custo final da obra em que pavimentos se repetem, devido ao reaproveitamento das formas e escoramentos.

Segundo o item 13.2.4.1 da NBR 6118 (ABNT, 2014), as lajes maciças devem respeitar os limites mínimos de espessura. Esses limites dependem das condições de apoio, se está em balanço ou não, intensidade dos carregamentos acidentais, sendo eles:

- ✓ 7 centímetros para coberturas que não estão em balanço;
- ✓ 8 centímetros para lajes de piso que não estão em balanço;
- ✓ 10 centímetros para lajes que estão em balanço;
- ✓ 10 centímetros para lajes que suportem veículos com peso total menor ou igual 30 kN;
- ✓ 12 centímetros para lajes que suportem veículos com peso total maior que 30kN;
- ✓ 15 centímetros para lajes que possuem protensão apoiadas em vigas;
- ✓ 16 centímetros para lajes lisas;
- ✓ 14 centímetros para lajes-cogumelo fora do capitel.

### 2.1.1. Cobrimento da laje maciça

Segundo a NBR 6118 (ABNT, 2014), a durabilidade da estrutura é diretamente ligada a característica e espessura do concreto utilizado para o cobrimento. A definição do cobrimento que será utilizado para a laje, depende da classe de agressividade ambiental, onde a mesma está relacionada com às ações físicas e químicas do meio que atuem sobre a estrutura de concreto. As classes de agressividade são descritas conforme o item 6.4.1 da norma supracitada e podem ser verificadas na Tabela 1.

Tabela 1 – Classe de agressividade ambiental.

<b>Classe de agressividade ambiental</b>	<b>Agressividade</b>	<b>Classificação geral do tipo de ambiente para efeito de projeto</b>	<b>Risco de deterioração da estrutura</b>
I	Fraca	Rural Submersa	Insignificante
II	Moderada	Urbana <sup>a, b</sup>	Pequeno
III	Forte	Marinha <sup>a</sup> Industrial <sup>a, b</sup>	Grande
IV	Muito forte	Industrial <sup>a, c</sup> Respingos de maré	Elevado

<sup>a</sup> Pode-se admitir um microclima com uma classe de agressividade acima (menor) para ambientes internos secos, como salas, dormitórios, banheiros, cozinhas e áreas de serviços de apartamentos residenciais e conjuntos comerciais ou ambientes com concreto revestido com argamassa e pintura.

<sup>b</sup> Pode-se admitir um microclima com uma classe de agressividade acima (menor) em obras em regiões de clima seco, com umidade média relativa do ar menor ou igual a 65%, partes da estrutura protegidas de chuva em ambientes predominantemente secos ou regiões onde raramente chove.

<sup>c</sup> Ambientes quimicamente agressivos.

---

Fonte: Adaptado NBR 6118, (ABNT 2014). Página 17.

Segundo item 7.4.7 da NBR 6118 (ABNT, 2014), o cobrimento mínimo da armadura em toda a laje durante toda vida útil da estrutura não deve ser menor do que está definido na Tabela 2. Porém esses valores são nominais e aceitam uma variação de 10 milímetros, e em obras onde houver um controle rigoroso em relação a espessura e a qualidade do cobrimento pode-se adotar uma variação de 5 milímetros, reduzindo o valor nominal nesta proporção.

Tabela 2 – Cobrimento em relação a classe de agressividade ambiental das lajes.

Tipos de estrutura	Componentes ou elementos	Classe de agressividade ambiental			
		I	II	III	IV
		Cobrimento nominal (mm)			
Concreto armado	Laje b	20	25	35	45
	Viga/Pilar	25	30	40	50
	Elementos estruturais em contato com o solo	30		40	50

<sup>b</sup> Para a face superior de lajes e vigas que serão revestidas com argamassa de contra piso, com revestimentos finais secos tipo carpete e madeira, com argamassa de revestimento e acabamento, como pisos de elevado desempenho, pisos cerâmicos, pisos asfálticos e outros, as exigências desta Tabela podem ser substituídas pela de 7.4.7.5, respeitando um cobrimento nominal  $\geq 15$  mm

<sup>c</sup> Nas superfícies expostas a ambientes agressivos, como reservatórios, estações de tratamento de água e esgoto, condutos de esgoto, canaletas de efluentes e outras obras de ambientes química e intensamente agressivos, devem ser atendidos os cobrimentos da classe de agressividade IV.

Fonte: Adaptado NBR 6118 (ABNT, 2014). Página 20.

### 2.1.2. Limites de taxas de armadura para lajes maciças

Segundo a NBR 6118 (ABNT, 2014), as armaduras positivas de lajes com armadura passiva aderente, deve respeitar como limite inferior 67% da taxa geométrica mínima de armadura longitudinal. E os valores de taxa de armadura máxima também presentes na NBR 6118 (ABNT, 2014) demonstram que o somatório das armaduras de tração juntamente com as armaduras de compressão não pode ser maior que 4% da área de concreto, respeitando assim aos limites de ductilidade presentes na laje.

## 2.2. Tipo de carregamentos

As lajes possuem cargas permanentes e cargas acidentais, as mesmas serão descritas neste capítulo.

### **2.2.1. Cargas permanentes**

A carga de peso próprio da laje é igual a espessura calculada para a laje, multiplicado pelo peso específico do concreto armado, será assim obtida uma carga por área de laje maciça (CARVALHO e FIGUEIREDO, 2015).

Segundo Clímaco (2015) o peso dos revestimentos superiores e inferiores, é calculado através do produto entre a espessura dos revestimentos pelo seu peso específico, valores do peso específico podem ser encontrados na NBR 6120 (ABNT, 1980).

Se existe parede sobre a laje, as mesmas também devem ser consideradas, portanto, deve se saber a espessura e o peso específico do material da parede, considerando o revestimento desta parede (CLÍMACO, 2015).

### **2.2.2. Cargas acidentais**

Para as cargas acidentais os valores estão presentes na NBR 6120 (ABNT, 1980), variando de acordo com a finalidade de cada edifício e cômodo.

## **2.3. Combinações de ações**

Segundo Araújo (2014), as estruturas de concreto armado, além dos aspectos econômicos e físicos, devem atender os requisitos de qualidade e segurança, durabilidade e bom desempenho. Quando não são seguidos estes requisitos, considera-se que foi alcançado um estado limite.

Os estados limites se dividem em estado-limite último, onde a peça está trabalhando no estágio III, e estado-limite de serviço, onde a peça está trabalhando no estágio I, em regime elástico, ou estágio II, no regime de fissuração, ou parte no I e parte no II (ARAÚJO, 2014). Segundo a NBR 6118 (ABNT, 2014), para o dimensionamento de lajes em concreto armado, os esforços a partir dos carregamentos, devem ser verificados através de combinações de ações do estado-limites último (ELU) e estado-limite serviço (ELS).

### 2.3.1. Combinações do estado-limite último

O estado-limite último ocorre em situações extremas, relacionados ao colapso ou a alguma outra forma de ruína estrutural que necessite a paralização total ou parcial do uso da estrutura (ARAÚJO, 2014). A peça no estado-limite último está trabalhando no estágio III de deformação, onde as fissuras se encontram próximas a linha neutra, pois a peça se encontra bastante fissurada, não se considera mais neste instante a força a tração do concreto, ficando esse esforço resistido somente pela armadura (CARVALHO e FIGUEIREDO, 2015).

Segundo o item 10.3 da NBR 6118 (ABNT, 2014), para uma estrutura de concreto estar em segurança, a mesma deve ser sempre verificada para os seguintes estados-limites últimos:

- a) Estados-limites último da perda do equilíbrio da estrutura, admitida como corpo rígido;
- b) Estado-limite último de esgotamento da capacidade resistente da estrutura, no seu todo ou em parte, devido às solicitações normais e tangenciais, admitindo-se a redistribuição de esforços internos, e admitindo-se, em geral, as verificações separadas das solicitações normais e tangenciais;
- c) Estado-limite último de esgotamento da capacidade resistente da estrutura, no seu todo ou em parte, considerando os efeitos de segunda ordem;
- d) Estado-limite último provocado por solicitações dinâmicas;
- e) Estado-limite último de colapso progressivo;
- f) Estado-limite último de esgotamento da capacidade resistente da estrutura, no seu todo ou em parte, considerando exposição ao fogo, conforme a ABNT NBR 15200;
- g) Estado-limite último de esgotamento da capacidade resistente da estrutura, considerando as ações sísmicas, de acordo com a ABNT NBR 15421;
- h) Outros estados-limites últimos que eventualmente possam ocorrer em casos especiais (NBR 6118 (ABNT, 2014), página 54).

As combinações de ações do estado-limite último devem seguir o item 11.8.2.4 da NBR 6118 (ABNT, 2014). Os valores de coeficientes de ponderação descritos no item citado estão presentes na Tabela 3.

Tabela 3 – Valores dos coeficientes  $\gamma_c$  e  $\gamma_s$ .

Combinações	Concreto $\gamma_c$	Aço $\gamma_s$
Normais	1,4	1,15
Especiais ou de construção	1,2	1,15
Excepcionais	1,2	1,0

Fonte: NBR 6118 (ABNT, 2014). Página 71.



### **2.3.2. Combinações do estado limite de serviço**

O estado limite de serviço corresponde a situações reais, que acontecem durante a vida útil da estrutura. Eles estão ligados a situações relacionadas a durabilidade e ao conforto, boa utilização e aparência das estruturas, em relação ao usuário ou em relação aos equipamentos que a estrutura suporta (NBR 6118, ABNT 2014).

As situações de serviço se encontram no estágio I de deformação da peça de concreto, que é o estado elástico, onde não existem fissuras, ou no estágio II, que é o estado de fissuração, onde existam fissuras de tração na flexão no concreto (CARVALHO e FIGUEIREDO, 2015).

Segundo o item 18.8.3.1 da NBR 6118 (ABNT, 2014), as combinações de ações do estado limite de serviço devem ser classificadas a partir da permanência de carregamento na estrutura. Para verificação das deformações excessivas utiliza-se a combinação de serviço quase permanente, para verificação das formações e abertura de fissuras e vibrações excessivas utiliza-se a combinação de serviço frequente, e para verificação do estado limite de fissuras utiliza-se a combinação de serviço rara, essa por sua vez repete-se algumas vezes durante a vida útil da estrutura.

Conforme o item 11.8.3.2 da NBR 6118 (ABNT, 2014) as combinações que devem ser utilizadas estão presentes na Tabela 4, considerando cada classificação de combinação de ações.

Tabela 4 – Combinações de serviço.

<b>Combinações de serviço (ELS)</b>	<b>Descrição</b>	<b>Cálculo das solicitações</b>
<b>Combinações quase permanentes de serviço (CQP)</b>	Nas combinações quase permanentes de serviço, todas as ações variáveis são consideradas com seus valores quase permanente $\Psi_2 F_{qk}$	$F_{d,ser} = \sum F_{gik} + \sum \Psi_{2j} \cdot F_{qjk}$
<b>Combinações frequentes de serviço (CF)</b>	Nas combinações frequentes de serviço, a ação variável principal $F_{q1}$ é tomada com seu valor frequente $\Psi_1 F_{q1k}$ e todas as demais ações variáveis são tomadas com seus valores quase permanente $\Psi_2 F_{qk}$	$F_{d,ser} = \sum F_{gik} + \Psi_1 \cdot F_{q1k} + \sum \Psi_{2j} \cdot F_{qjk}$
<b>Combinações raras de serviço (CR)</b>	Nas combinações raras de serviço, a ação variável principal $F_{q1}$ é tomada com seu valor característico $F_{q1k}$ e todas as demais ações são tomadas com seus valores frequentes $\Psi_1 F_{qk}$	$F_{d,ser} = \sum F_{gik} + F_{q1k} + \sum \Psi_{1j} \cdot F_{qjk}$

Onde:

$F_{q,ser}$  é o valor de cálculo das ações para combinações de serviço;

$F_{q1k}$  é o valor característico das ações variáveis principais diretas;

$\Psi_1$  é o fator de redução de combinações frequentes para ELS;

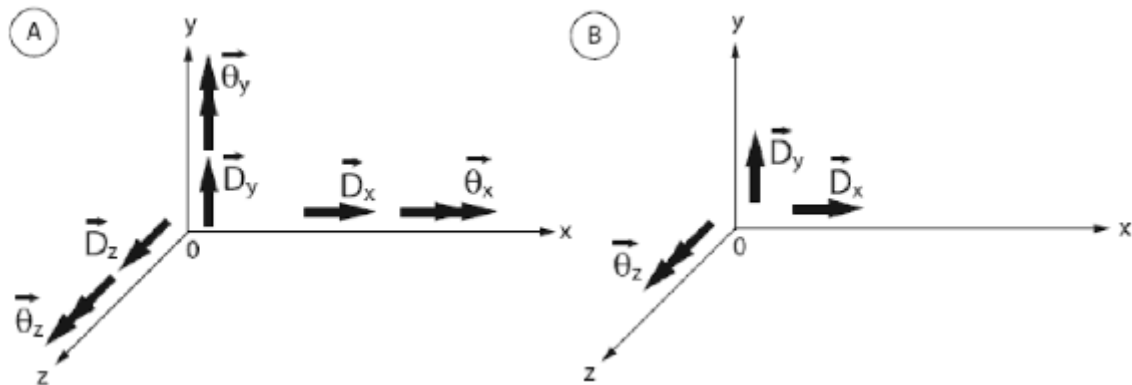
$\Psi_2$  é o fator de redução de combinação quase permanente para ELS.

Fonte: Adaptada NBR 6118 (ABNT, 2014). Página 69.

## 2.4. Tipos de apoios em lajes

Os vínculos ou apoios de uma estrutura podem ocasionar a restrição de movimento e rotação da mesma. Estes vínculos são classificados através do grau de liberdade impedido, e em cada nó existem seis graus de liberdade. Na análise tridimensional são verificados os seis graus de liberdade (Parte A da Figura 2) e quando é bidimensional fica restrito em três graus de liberdade (Parte B da Figura 2) (ALMEIDA, 2009). Como pode-se observar na Figura 2, os graus de liberdade são expressos por vetores de deslocamentos lineares (D) e deslocamentos angulares ( $\theta$ ) nos eixos.

Figura 2 – Componentes de movimento de um nó.



Fonte: ALMEIDA, 2009. Página 25.

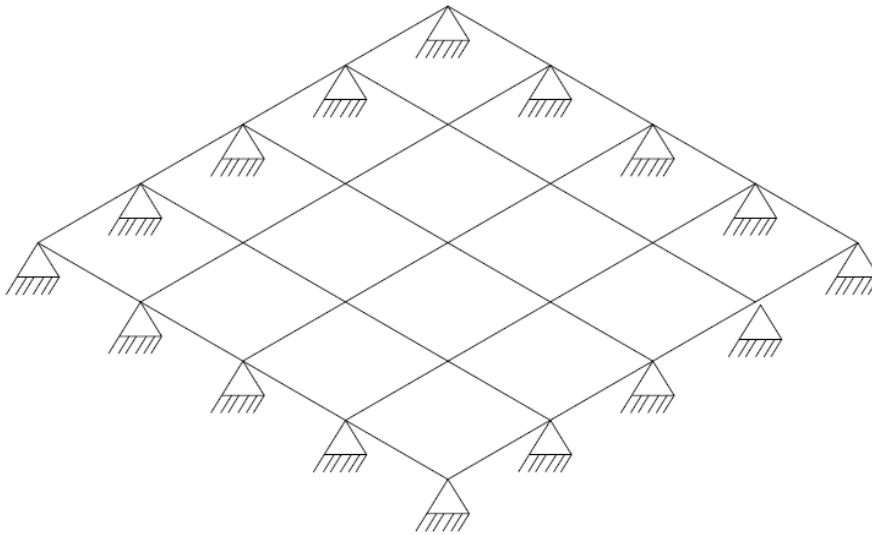
Os vínculos mais aplicados para elementos planos, por exemplo lajes, são os de borda livre, que se caracteriza pela ausência de apoio sendo possível então deslocamento vertical, borda simplesmente apoiada, onde somente o deslocamento vertical e horizontal é impedido, e apoio engastado, que impede rotações e deslocamentos verticais e horizontais (CARVALHO e FIGUEIREDO, 2015).

O sistema caracterizado por permitir rotações e impedir deslocamentos, é comumente chamado de rótula. Esse apoio transmite esforços na direção em que o elemento está atuando, ou seja, o vínculo irá gerar reações de forças nos três eixos e nenhuma reação de giro (RECCO, 2007).

## 2.5. Analogia de grelha

A analogia de grelha é um método de discretização de modelo estrutural utilizado para o cálculo de esforços e deslocamento em lajes, consiste em substituir uma laje por uma malha equivalente, onde as cargas distribuídas se dividem entre os elementos da grelha, respeitando a área de influência de cada uma, sendo uniformemente distribuídas ao longo dos elementos ou dentro de certa proximidade concentradas nos nós (CARVALHO e PINHEIRO, 2009). Pode-se observar um exemplo de malha de grelha na Figura 3.

Figura 3 – Laje composta por uma malha de grelha equivalente.



Fonte: Autora, 2017.

A rigidez à torção e flexão são tratadas de forma isolada em cada barra de grelha, fazendo as devidas correlações, para que a grelha equivalente tenha comportamento aproximado da estrutura real (CARVALHO e FIGUEIREDO, 2015). Segundo o item 14.6.6.2 da NBR 6118 (ABNT, 2014), as lajes de edifício podem ser moldadas como grelhas, para estudos que possuem cargas verticais, e podem ter a rigidez a torção consideradas nulas, para eliminar a ocorrência de momentos volventes.

Na geometria de uma laje com malha de grelha equivalente a largura é definida pelo espaçamento das barras da grelha e a altura será igual a espessura da laje (CARVALHO e PINHEIRO, 2009). A resolução de grelhas equivalentes pode ser feita a partir de software computacionais de elementos finitos, podendo ser possível desenvolver pavimentos de grandes dimensões, com vazios internos (aberturas) e lajes com ou sem esses vazios (CARVALHO e FIGUEIREDO, 2015).

## 2.6. Esforços

Os esforços gerados em uma grelha podem ser axiais, de cisalhamento, de flexão e de torção, porém nas malhas de grelha equivalente para lajes maciças, com rigidez nula das barras conforme descrito anteriormente, os esforços gerados serão de flexão e de cisalhamento (CARVALHO e FIGUEIREDO, 2015).

### **2.6.1. Esforço de flexão ou momento fletor**

O momento fletor é a soma algébricas das tensões normais internas existentes em uma estrutura, as mesmas tendem a curvar o eixo longitudinal da peça. As tensões normais são de tração e compressão (NASH, 2001).

Para momento fletor positivo, as fibras inferiores da peça se encontram tracionadas e as superiores comprimidas. E para momento fletor negativo as fibras inferiores da peça se encontram comprimidas e as superiores tracionadas (JOHNSTON e BEER, 1995).

#### **2.6.1.1. Compressão**

O concreto é o material, que possui como principal característica a resistência a compressão. Essa resistência é determinada através de um ensaio com corpos de provas submetidos à compressão centrada, a idade de referência para se verificar a compressão do concreto segundo o item 8.2.4 da NBR 6118 (ABNT, 2014) é de 28 dias (CARVALHO e FIGUEIREDO, 2015).

Segundo Botelho e Marchetti (2008), o concreto chega a resistir a força de compressão dez vezes mais que a força de tração, portanto, na parte comprimida da laje, é deixado somente o concreto, sem a presença do aço.

#### **2.6.1.2. Tração**

Na mistura do concreto armado o material que possui melhor resistência a tração é o aço. O concreto possui uma baixa resistência a tração, porém é uma propriedade importante quando se analisa a capacidade de suportar aos esforços cortantes (CARVALHO e FIGUEIREDO, 2015).

Na parte da laje maciça onde o concreto está sendo tracionado, mergulha-se o aço, para que não haja aparecimento de fissuras, caracterizando o concreto armado (BOTELHO e MARCHETTI, 2008).

### **2.6.2. Esforço cortante**

As lajes são elementos estruturais, que na resistência ao cisalhamento, se diferem das vigas, pois, normalmente não necessitam de armadura transversal, onde o esforço cortante geralmente é resistido somente pelo concreto. Sendo assim pode se fazer com que a armaduras transversais sejam dispensadas, e somente em casos especiais onde o esforço cortante é uma condicionante de dimensionamento se faz a utilização de armaduras transversal (CARVALHO e FIGUEIREDO, 2015).

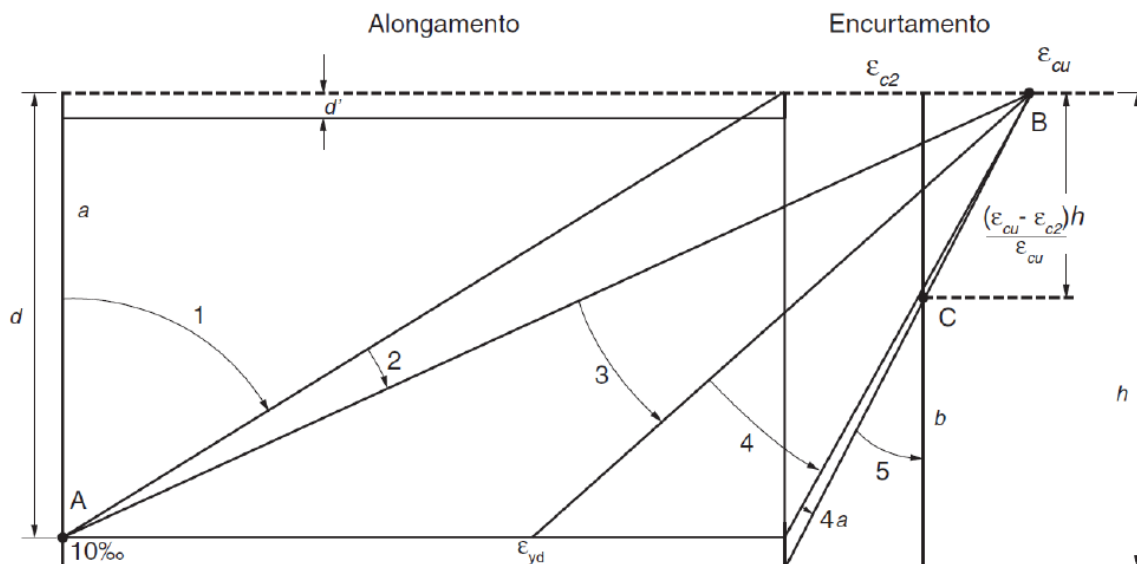
Para dispensa de armadura transversal em lajes deve ser realizada a verificação da diagonal comprimida de concreto e resistência a esforço cortante do concreto por mecanismos de tração e efeito de pino da armadura (NBR 6118, ABNT 2014).

Já nas lajes com armadura de cisalhamento, deve ser feita a verificação do estado-limite último de esforço cortante, que depende da inclinação das bielas comprimidas, e a resistência dos estribos devem seguir os valores máximo de 250MPa, para lajes de até 15 centímetros de espessura e 435 MPa para lajes com espessura superior a 35 centímetros de espessura (NBR 6118, ABNT 2014).

### **2.7. Lajes maciças de concreto armado submetidas a flexão**

Nas lajes de concreto armado impostas ao esforço de flexão, existem forças axiais de compressão e tração internas, essas forças se encontram nulas em uma linha da seção transversal da laje, é a chamada linha neutra. Por meio da sua posição é possível identificar em qual domínio de deformação a peça está trabalhando, os domínios são os regimes de ruína da peça, sendo que existem seis diferentes tipos como é mostrado na Figura 4 (CARVALHO e FIGUEIREDO, 2015).

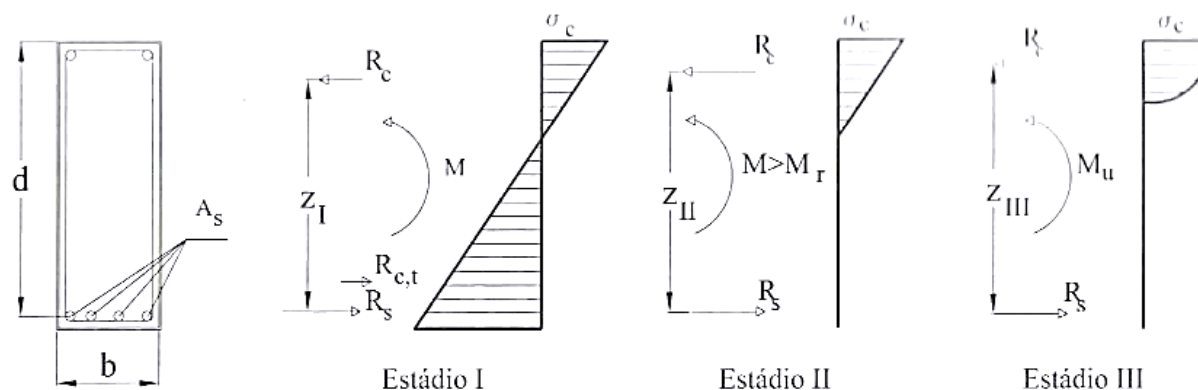
Figura 4 – Domínios de estado-limite último de uma seção transversal



Fonte: NBR 6118 (ABNT 2014). Página 122.

Segundo a NBR 6118 (ABNT, 2014) é indicado que as peças trabalhem nos domínios 2 ou 3, para garantir boas condições de ductilidade a peça e evitando que a mesma tenha ruptura frágil, que é o rompimento da peça sem demonstrações patológicas prévias. Porém, na verificação de estado-limite último as peças são dimensionadas no domínio 3, ou seja, não é considerada a resistência a tração do concreto, porém na verificação do estado limite de serviço as peças podem ser dimensionadas nos estádios I e II, o esquema de dimensionamento pode ser analisado na Figura 5.

Figura 5 – Comportamento de uma peça de concreto.



Fonte: CARVALHO E FIGUEIREDO, 2015. Página 114.

No domínio 1, a laje dispõe de tração não uniforme, a linha neutra está fora da seção, ou seja, a seção resistente é composta somente de aço, pois o concreto se encontra totalmente tracionado e fissurado. No domínio 2, existe flexão simples ou composta, onde o concreto não está totalmente fissurado, portanto, a linha neutra corta a seção transversal da peça, assim a

seção resistente da mesma possui aço tracionado e concreto comprimido. No domínio 3, a seção possui flexão simples ou composta, a linha neutra da peça divide a seção transversal na fronteira entre os domínios 3 e 4, possuindo altura variável dependendo do tipo de aço que será empregado. A seção resistente da peça possui aço tracionado e concreto comprimido fazendo com que a ruptura do concreto aconteça em conjunto com o escoamento do aço, ocorrendo a ruína com grandes deformações, ou seja, acontece com aviso prévio (CARVALHO e FIGUEIREDO, 2015).

No domínio 4 ocorre a ruptura frágil pois a deformação da armadura não atinge a tensão de escoamento, nos domínios 4a e 5 também ocorre ruptura frágil pois há rompimento do concreto devido ao encurtamento da armadura (CARVALHO e FIGUEIREDO, 2015). A ruptura frágil ocorre sem fissuração nem deformação que possam servir de alerta, desta forma estes domínios são desaconselhados no dimensionamento de estruturas (NBR 6118, ABNT 2014).

## **2.8. Lajes maciças de concreto armado submetidas ao cisalhamento**

O esquema de resistência ao cisalhamento das lajes, pode ser caracterizado pelo modelo da treliça de Mörsch, modelo esse idealizado pelos pesquisadores alemães Ritter e Mörsch. Neste modelo o banzo superior de uma treliça será substituído por uma componente de compressão do concreto, o banzo inferior pela armadura longitudinais, as diagonais comprimidas por bielas de compressão do concreto e os montantes tracionados por mecanismos de resistência a tração do concreto e efeito de pino da armadura, reproduzindo valores satisfatórios na quantidade de armadura no estado-limite último (CLÍMACO, 2015).

As diagonais comprimidas, ou seja, as bielas de compressão de concreto, demonstram como o aço e o concreto atuam unidos para transferir as cargas e como o concreto comprimido é importante na participação da resistência ao cisalhamento das lajes submetidas a flexão (CARVALHO e FIGUEIREDO, 2015).



## 2.9. Deformações de lajes

Segundo Moura e Marcellino (2003), as deformações em estruturas podem ser divididas em deformações que dependem do carregamento, destacando a deformação elástica imediata e a lenta, e deformações que não dependem do carregamento, essas deformações são causadas por fluência e retração do concreto ou ainda pela variação da temperatura. A deformação em lajes pode causar desconforto aos usuários, causando danos estruturais e não estruturais.

Nas lajes sem vigas é necessário fazer a verificação do estado-limite de serviço, pois um problema identificado nesse tipo de sistema estrutural é o grande valor de deformação vertical. Os resultados destas deformações podem ser conseguidos pelo processo de grelha equivalente para as combinações de ações estimadas (CARVALHO e PINHEIRO, 2009). Para ser calculado a deformação pelo método de grelha, é necessário informar a rigidez corrigida do elemento estrutural, que segundo o item 14.6.4.1 da NBR 6118 (ABNT, 2014), é o produto entre o módulo de elasticidade e o momento de inércia.

Segundo Carvalho e Figueiredo (2015), um dos métodos para avaliar a flecha imediata (no tempo zero) em lajes é o método de correção da rigidez equivalente idealizado por Branson. Onde admite-se para toda a laje uma única inércia, não discriminando trechos fissurados (Estágio II) e não fissurados (Estádio I).

O modelo de Branson se baseia em um modelo semiprobabilístico de variação de tensão ao longo da peça de forma simplificada, utilizando valor médio de inércia, desta maneira simulando a fissuração do concreto ao ser submetido a flexão, no cálculo de deformações imediatas (BARBOSA apud BRANSON, 1968). Segundo Carvalho e Figueiredo (2015), o momento de fissuração utilizado na fórmula de Branson é calculado para analisar se a peça está fissurada, este é comparado com o momento do estado limite de serviço de deformação excessiva.

Segundo a NBR 6118 (ABNT, 2014), para ser admitida a rigidez corrigida ela deverá ser menor ou igual ao produto do módulo de elasticidade secante do concreto com a inércia da seção bruta de concreto.

### 2.9.1. Estado limite de deformação excessiva

Quando as deformações atingem os limites estabelecidos para a utilização normal da construção da laje, ela atinge ao estado limite de deformação excessiva (NBR 6118, ABNT 2014). Segundo Carvalho e Figueiredo (2015), para a verificação do estado limite de deformação excessiva, além de ser analisadas as combinações de ações presentes no elemento estrutural analisado, deve-se também analisar as características geométricas das seções, os efeitos de fissuração e fluência do concreto nas flechas imediatas.

Segundo a NBR 6118 (ABNT 2014), o estado limite de deformação excessiva da estrutura pode ser verificado através dos deslocamentos limites, os mesmos são classificados em quatro grupos básicos são eles: aceitabilidade sensorial que é o efeito que causa vibrações ou efeitos visuais desagradáveis, efeitos específicos é quando impede a utilização adequada da construção, efeitos em elementos não estruturais é o quando prejudica o funcionamento de elementos não estruturais, porém estão ligados a um. E o último grupo é o de efeitos em elementos estruturais quando a deformação afeta o comportamento dos mesmos.

Para a análise da deformação excessiva das lajes do trabalho é utilizado a análise do grupo de efeito de aceitabilidade sensorial. As deformações limites deste grupo podem ser observadas na Tabela 5.

Tabela 5 – Estado limite de deformação excessiva.

<b>Razão da limitação</b>	<b>Exemplo</b>	<b>Deslocamento a considerar</b>	<b>Deslocamento limite</b>
Visual	Deslocamentos visíveis em elementos estruturais	Total	1/250
Outros	Vibrações sentidas no piso	Devido a cargas acidentais	1/350

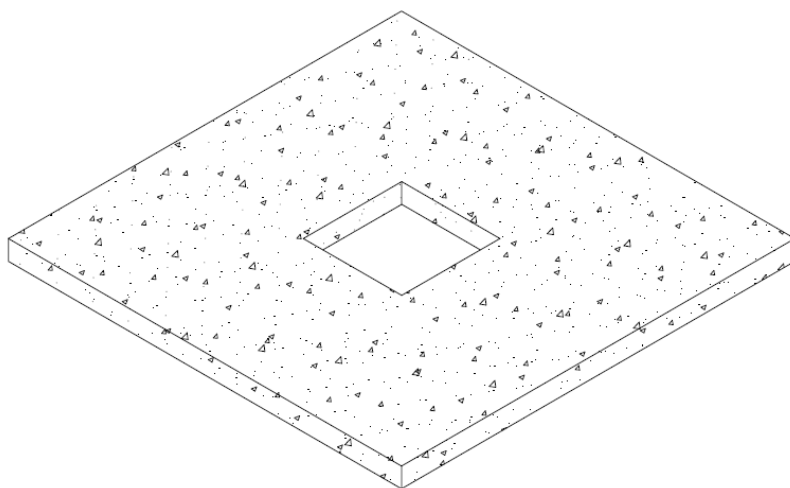
Observação: Para casos de elementos de superfície, os limites prescritos consideram o valor de  $l$  é o tomado com o menor vão

Fonte: Adaptada NBR 6118 (ABNT, 2014). Página 77.

## 2.10. Abertura em lajes

As aberturas em lajes, costumam ser executadas, principalmente, para dar passagem as instalações prediais necessárias nas edificações (CARVALHO e PINHEIRO, 2009). Na Figura 6 pode-se observar como é uma abertura em laje maciça.

Figura 6 – Abertura em laje.



Fonte: Autora, 2017.

Segundo Martins (1992), um conjunto de peças que se interligam possuem função de resistir a esforços solicitantes, caracterizando um sistema estrutural, cada peça resultante deste sistema possui no seu interior um fluxo de tensões. Ao ser feito uma abertura em uma laje, por exemplo, esse fluxo de tensões pode ser perturbado naquele ponto, desta maneira quando a abertura for capaz de modificar este fluxo, a laje perde sua estabilidade, sendo necessária assim que haja uma análise do local para garantir a sua estabilidade.

Quando forem previstos aberturas em lajes maciças, é necessário se verificar o efeito que será causado na resistência e na deformação da peça, caso ultrapassados os limites do item 13.2.5.2 da NBR 6118 (ABNT, 2014), cujo diz que, devem ser respeitados 1/10 do menor vão das lajes quanto as dimensões da abertura, a distância da face de uma abertura até eixo de apoio da laje deve possuir dimensões igual ou maior a  $\frac{1}{4}$  do vão na orientação considerada e a distância entre as faces de aberturas deve ser superior a metade do menor vão.

### **2.10.1. Influência das aberturas nas lajes**

Segundo Carvalho e Pinheiro (2009) a concentrações de tensões geradas ao ser realizada abertura em qualquer elemento estrutural, podem ser prejudiciais a estrutura, por este motivo, devem ser analisadas. Segundo o item 13.2.5 da NBR 6118 (ABNT, 2014), quando forem dimensionadas aberturas, neste caso em lajes, o efeito causado na resistência e na deformação dos mesmo devem ser verificados e não podem ultrapassar os limites previstos no item 21.3.4 da norma supracitada, para as lajes maciças:

- a) A seção do concreto da parte central ou dos apoios da laje deve ser capaz de equilibrar os esforços no estado-limite último, correspondentes a mesma seção, porém, sem aberturas;
- b) As seções das armaduras interrompidas devem ser substituídas por seções equivalentes de reforços;
- c) No caso de aberturas em regiões próximas a pilares, nas lajes lisas ou cogumelo, o modelo de cálculo deve prever o equilíbrio das forças cortantes atuantes nessas regiões (NBR 6118 (ABNT, 2014) página 178).

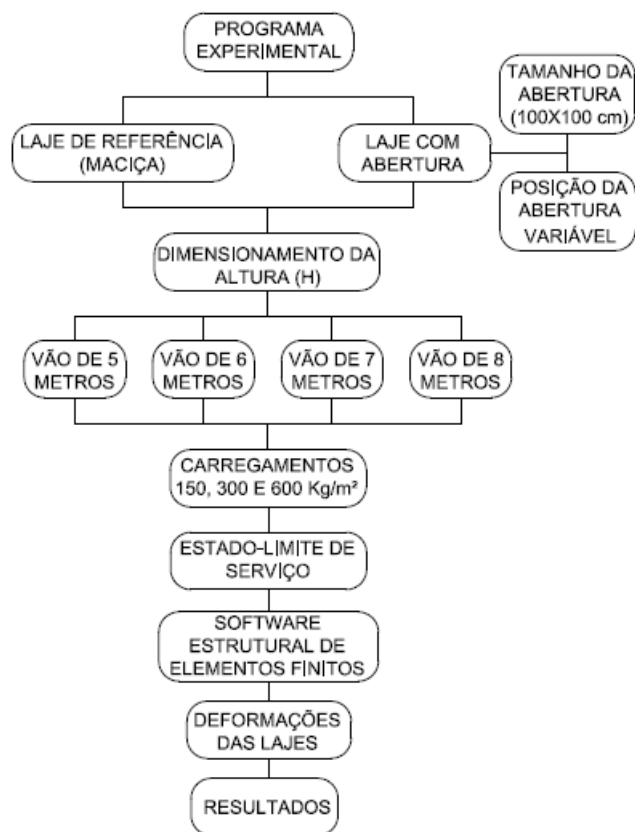
Conforme estudo apresentado, devido à escassez de literatura, no programa experimental será abordado o método de verificação e comparação das deformações de lajes maciças que contém ou não abertura.

### **3. PROGRAMA EXPERIMENTAL**

#### **3.1. Considerações iniciais**

Conforme os objetivos do trabalho, foi elaborado o programa experimental. A Figura 7 ilustra as etapas do programa experimental, quais as variáveis de pesquisa, o método de cálculo optado para o dimensionamento das lajes e qual o tipo de programa adotado para realizar as análises das deformações das lajes.

Figura 7 – Fluxograma do trabalho apresentado.



Fonte: Autora, 2017.

### 3.2. Variáveis da pesquisa

Serão verificados diferentes tamanhos de lajes, as mesmas serão analisadas primeiramente, todas maciças para a definição da espessura no estado limite último, essa espessura será tomada como padrão para todas lajes com mesmo vão. A espessura da laje também atendeu ao estado limite de deformação excessiva, depois da laje atender a estes padrões, foi modelada com a abertura, de dimensões 100x100cm, variando sua localização, e assim foi lançado em um software computacional de análise estrutural de elementos finitos, podendo então ser realizada a comparação da deformação entre elas.

Para o carregamento destas lajes foram consideradas o seu peso próprio, o peso do revestimento (4 cm superior e 2 inferior) de argamassa de cal, cimento e areia, com peso específico de 1900kg/m³. As cargas acidentais foram utilizadas de edifícios residenciais

(dormitórios, sala, copa, cozinha e banheiro) 150kg/m<sup>2</sup>, garagens e estacionamento 300kg/m<sup>2</sup>, e biblioteca 600 kg/m<sup>2</sup> (NBR 6120, ABNT 1980).

Os vínculos de apoio das barras das grelhas das lajes analisadas, foram definidos como apoio rotulado indeslocável, sendo optado por uma laje que em seu apoio, fosse restringido o deslocamento nos planos x, y e z, e possibilitado o giro do apoio da mesma. Cada barra da grelha terá um apoio, desta forma a rigidez do elemento onde a laje se apoia não influenciaria nos resultados das deformações.

Os vãos e outras características das lajes definidos para este estudo são apresentados na Tabela 6, pois foram analisados os vãos usuais na construção civil (prédios e casas), sendo optado por vãos das lajes entre 5 a 8 metros.

Tabela 6 – Resumo das variáveis das lajes.

<b>Características gerais das lajes</b>	
Resistência	30 MPa
Vínculo	Apoio rotulado indeslocável
Disposição	Armada em duas direções
Classe de agressividade ambiental	II
Vãos	5, 6, 7 e 8 metros
Carregamentos	150, 300 e 600 kg/m <sup>2</sup>

Fonte: Autora, 2017.

### 3.3. Estratégia de Pesquisa

Foram analisadas as deformações de lajes maciças com abertura e sem abertura, variando seu vão e o seu carregamento. Primeiro foi lançada a laje maciça sem abertura no software estrutural de elementos finitos para obtenção dos esforços no estado limite último, com esses esforços ela foi dimensionada. Nesse dimensionamento definiu-se a espessura da laje maciça sem abertura para cada vão, sendo essa espessura tomada como padrão para as lajes do mesmo vão contendo abertura. Caso espessura tomada como padrão não atendia ao estado limite de deformação excessiva, ela era aumentada até a mesma atender a este requisito.

Foi verificado o estado limite de serviço por meio do momento de fissuração da laje, para entender se a laje estava fissurada ou não, caso a mesma estivesse fissurada, era necessário fazer a correção da rigidez através da fórmula de Branson. Essa rigidez corrigida foi utilizada

para a verificação da deformação das lajes, e executada em um software computacional de análise estrutural de elementos finitos, utilizando a analogia de grelha.

### 3.4. Dimensionamento

#### 3.4.1. Espessura da laje

Primeiramente foi lançado no programa computacional de análise estrutural de elementos finitos, uma laje maciça sem abertura, para ser obtidos os esforços de momento fletor e esforço cortante de cálculo no estado limite último (ELU), e com eles realizaram-se as verificações. A espessura utilizada nas lajes maciças é originária de um pré-dimensionamento, realizando um processo iterativo com a planilha composta, para determinar a altura mínima a ser utilizada para satisfazer os parâmetros do trabalho.

Segundo o item 14.6.4.3 da NBR 6118 (ABNT, 2014), para as vigas e lajes possuírem um adequado comportamento dúctil, a posição da linha neutra ( $x$ ) no estado-limite último para concretos com  $f_{ck} \leq 50\text{Mpa}$ , a relação de  $x/d$  deve ser menor que 0,45, onde  $d$  é a altura útil do elemento analisado. Segundo Carvalho e Figueiredo (2015), através da posição da linha neutra, é possível estabelecer o domínio em que a peça está trabalhando. Se determina a posição da linha neutra, com a Equação 01.

$$x = \frac{0,68 \cdot d \pm \sqrt{(0,68d)^2 - 4 \cdot 0,272 \cdot \left(\frac{M_d}{b_w \cdot f_{cd}}\right)}}{0,544} \quad (01)$$

Onde:

$x$  = posição da linha neutra, referente a borda mais comprimida;

$M_d$  = momento fletor de cálculo no estado-limite último (ELU);

$b_w$  = largura da seção;

$f_{cd}$  = resistência de cálculo à compressão do concreto calculado na Equação 02.

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \quad (02)$$



Onde:

$f_{ck}$  = resistência característica à compressão do concreto;

$\gamma_c$  = coeficiente de ponderação do concreto, igual a 1,4, considerando combinações normais do concreto da tabela 12.1 da NBR 6118 (ABNT, 2014).

Para definir o momento fletor de cálculo no estado-limite último, utilizou-se combinações de ações conforme item 11.8.2.4 da NBR 6118 (ABNT, 2014), sendo  $M_d = M_{d,ELU}$ , calculado conforme a Equação 03.

$$M_d = \gamma_{fg} \cdot M_g + \gamma_{fq} \cdot M_q \quad (03)$$

Onde:

$\gamma_{fg}$  = coeficiente de ponderação para ações permanente no ELU, através da tabela 11.1 da NBR 6118 (ABNT, 2014) definiu-se que para ações normais de cargas permanentes (g) desfavorável, seu valor é igual a 1,4;

$\gamma_{fq}$  = coeficiente de ponderação para ações variáveis no ELU, através da tabela 11.1 da NBR 6118 (ABNT, 2014) definiu-se que para ações normais de cargas variáveis (q) desfavorável, seu valor é de 1,4;

$M_g$  = momento fletor devido a ações provenientes de carregamentos permanente;

$M_q$  = momento fletor devido a ações provenientes de carregamentos variável.

Através da posição da linha neutra, foi possível calcular a área de armadura necessária para a laje, para ser determinada calculou-se o braço de alavanca (z), com a Equação 05 e a tensão de escoamento ( $f_{yd}$ ) com a Equação 06 (CARVALHO e FIGUEIREDO, 2015). A área de armadura foi calculada através da Equação 04:

$$A_s = \frac{M_d}{z \cdot f_{yd}} \quad (04)$$

Sendo:

$A_s$  = área de armadura necessária;

$f_{yd}$  = tensão de escoamento de cálculo;

$z$  = braço de alavanca, considerando o centro de aplicação da carga de compressão no concreto igual a 40% da altura da linha neutra devido ao diagrama parábola retângulo (CARVALHO e FIGUEIREDO, 2015).

$$z = d - 0,4 \cdot x \quad (05)$$

Onde:

$d$  = altura útil, distância da fibra mais comprimida de concreto até o centro de gravidade da armadura longitudinal tracionada (CARVALHO e FIGUEIREDO, 2015).

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} \quad (06)$$

Onde:

$f_{yk}$  = tensão característica de escoamento do aço;

$\gamma_s$  = coeficiente de ponderação da resistência do aço, igual a 1,15, considerando combinações normais do aço, tabela 12.1 da NBR6118 (ABNT, 2014).

A área de armadura respeitou os valores mínimos recomendado pelo item 19.3.3.2 da tabela 19.1 NBR 6118 (ABNT, 2014), sendo a Equação 07 respeitada pelos elementos estruturais de armaduras passivas positiva armadas em duas direções.

$$\rho_s \geq 0,67 \cdot \rho_{\min} \quad (07)$$

Onde:

$\rho_s$  = taxa geométrica de armadura aderente passiva determinada na Equação 08;

$\rho_{\min}$  = taxa geométrica mínima de armadura longitudinal.

$$\rho_s = \frac{A_s}{b_w \cdot h} \quad (08)$$

Através da tabela 17.3 do item 17.3.5.2.1 da NBR 6118 (ABNT, 2014), identificou-se a taxa geométrica mínima de armadura longitudinal ( $\rho_{\min}$ ), sendo que para concreto com  $f_{ck}$  igual a 30 MPa, a taxa geométrica mínima de armadura longitudinal é igual a 0,150.

A área de armadura também respeitou os valores máximos que constam na norma, segundo o item 17.3.5.2.4 da NBR 6118 (ABNT, 2014) a soma das armaduras de tração e de compressão não devem ser superiores a 4% da área de concreto obedecendo aos limites de ductilidade vigentes no item 14.6.4.3 da norma.

Segundo Carvalho e Figueiredo (2015), as lajes possuem esforços cortantes onde normalmente somente o concreto já é o suficiente para suportá-la, sendo as armaduras transversais necessárias somente em casos especiais, por este motivo na delimitação do trabalho foi definido a dispensa da armadura de cisalhamento das lajes. Assim, para finalizar a determinação da espessura da laje, também se realizou verificação ao cisalhamento, que segundo o item 19.4.1 da NBR 6118 (ABNT, 2014), as lajes maciças somente poderão dispensar a armadura transversal para resistir as forças de tração oriundas do esforço cortante, quando o esforço cortante de cálculo, a uma distância  $d$  da face do apoio, respeitar à Equação 09.

$$V_{Sd} \leq V_{Rd1} \quad (09)$$

Sendo:

$V_{Sd}$  = força cortante solicitante de cálculo no estado-limite último (ELU);

$V_{Rd1}$  = força cortante resistente de cálculo, relativa a elementos sem armadura cortante.

Para definir o esforço cortante solicitante de cálculo no estado-limite último, utilizou-se combinações com os coeficientes de ponderação das ações no estado-limite último, sendo assim para calcular o  $V_{Sd}$  foi usada a Equação 10 (NBR 6118, ABNT 2014).

$$V_{Sd} = \gamma_{fg} \cdot V_g + \gamma_{fq} \cdot V_q \quad (10)$$

Onde:

$\gamma_{fg}$  = coeficiente de ponderação para ações permanente no ELU, através da tabela 11.1 da NBR 6118 (ABNT, 2014) definiu-se que para ações normais de cargas permanentes (g) desfavorável, seu valor é igual a 1,4;

$\gamma_{fq}$  = coeficiente de ponderação para ações variáveis no ELU, através da tabela 11.1 da NBR 6118 (ABNT, 2014) definiu-se que para ações normais para ações normais de cargas variáveis (q) desfavorável, seu valor é de 1,4;

$V_g$  = força cortante devido a ações provenientes de carregamentos permanente;

$V_q$  = força cortante devido a ações provenientes de carregamentos variável.

A força cortante resistente de cálculo, relativa a elementos sem armadura cortante, foi calculada através da Equação 11 (CARVALHO e FIGUEIREDO, 2015).

$$V_{Rd1} = [\tau_{Rd} \cdot k \cdot (1,2 + 40 \cdot \rho_1)] \cdot b_w \cdot d \quad (11)$$

Onde:

$\tau_{Rd}$  = é a tensão resistente de cálculo do concreto ao cisalhamento, calculada através da Equação 12.

$$\tau_{Rd} = 0,25 \cdot f_{ctd} \quad (12)$$

$f_{ctd}$  = resistência do concreto à tração direta de cálculo, calculada através da Equação 13.

$$f_{ctd} = \frac{f_{ctk,inf}}{\gamma_c} \quad (13)$$

$f_{ctk,inf}$  = resistência do concreto à tração direta característica inferior, calculada através da Equação 14.

$$f_{ctk,inf} = 0,7 \cdot f_{ct,m} \quad (14)$$

$f_{ct,m}$  = resistência média à tração do concreto.

Para concretos de classes até C50, é possível calcular a resistência média a tração do concreto, utilizou-se então a Equação 15 (item 8.2.5 da NBR 6118, ABNT 2014):

$$f_{ct,m} = 0,3 \cdot f_{ck}^{2/3} \quad (15)$$

Sendo que o  $f_{ct,m}$  e  $f_{ck}$  são expressos em megapascal (Mpa).

$k$  = é um coeficiente que não pode ser menor que |1|, com  $d$  em metros, calculado através da Equação 16 (item 19.4.1 da NBR 6118, ABNT 2014).

$$k = |1,6 - d| \quad (16)$$

$\rho_1$  = a taxa geométrica de armadura longitudinal de tração, que segundo o item 19.4.1 da NBR 6118 (ABNT, 2014) não pode ser maior |0,02|, calculada através da Equação 17.

$$\rho_1 = \frac{A_{s1}}{b_w \cdot d} \quad (17)$$

$A_{s1}$  = foi considerado como o  $A_s$  calculado para flexão para o  $M_d$  no ELU, devido ao item 19.4.1 da NBR 6118 (ABNT, 2014), considerando que toda da armadura de flexão da laje deve chegar até o apoio.

Quando elementos não possuem armadura de cisalhamento, deve ser feita a análise da compressão diagonal do concreto comparando a força cortante solicitante de cálculo no estado-limite último ( $V_{sd}$ ), com a força cortante resistente de cálculo relativa à ruína das diagonais comprimidas de concreto ( $V_{Rd2}$ ), como mostra a Equação 18 (CARVALHO E FIGUEIREDO, 2015).

$$V_{sd} \leq V_{Rd2} \quad (18)$$

Sendo que a força cortante resistente de cálculo relativa à ruína das diagonais comprimidas de concreto ( $V_{Rd2}$ ) foi calculada através da Equação 19.

$$V_{Rd2} = 0,5 \cdot \alpha_{v1} \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot 0,9 \cdot d \quad (19)$$

Em que o coeficiente  $\alpha_{v1}$  foi calculado através da Equação 20, o  $f_{ck}$  usado em MPa e resultado de  $\alpha_{v1}$  sendo menor ou igual a 0,5 (CARVALHO E FIGUEIREDO, 2015).

$$\alpha_{v1} = \frac{(0,7 - f_{ck})}{200} \quad (20)$$

Todas as verificações foram calculadas através de uma planilha elaborada no Excel.

### 3.4.2. Verificação do Estado Limite de Serviço

Os elementos estruturais, nos estádios limites de serviço, estão trabalhando no estágio I ou no estágio II, sendo que quando estão no estágio I o concreto resiste à tração e no estágio II a peça perde parte da resistência à tração do concreto pois a mesma está fissurada. O momento de fissuração é o limite para o concreto não fissurar, após ser ultrapassado este momento, começa a surgir fissuras na peça, portanto calculou-se o momento de fissuração para saber se a peça se encontrava no estágio I ou no estágio II, calculou-se então o momento de fissuração ( $M_r$ ) com a Equação 21 (NBR 6118, ABNT 2014).

$$M_r = \frac{\alpha \cdot f_{ct} \cdot I_c}{y_t} \quad (21)$$

Onde:

$\alpha$  = é o fator que correlaciona aproximadamente a resistência à tração na flexão com a resistência à tração direta, sendo 1,5 para seções retangulares, segundo item 17.3.1 da NBR 6118 (ABNT, 2014);

$y_t$  = a distância do centro de gravidade da seção à fibra mais tracionada;

$I_c$  = o momento de inércia da seção bruta de concreto, calculada através da Equação 22;

$f_{ct}$  = a resistência à tração direta do concreto com a quantia apropriada a cada verificação particular, para a determinação do momento de fissuração, foi usado o  $f_{ctk,inf}$  no estágio limite de formação de fissuras e o  $f_{ct,m}$  no estado limite de deformação excessiva (item 8.2.5, NBR 6118, ABNT 2014).

$$I_c = \frac{b_w \cdot h^3}{12} \quad (22)$$

Sendo:

$h$  = altura útil da laje.

### 3.4.3. Correção da rigidez

Segundo Figueiredo e Carvalho (2015), o modelo de Branson, utilizado para correção da rigidez da peça, admite uma única inércia para peças de concreto, onde representa os trechos fissurados e não fissurados, baseando-se em um método semiprobabilístico, utilizando expressões empíricas onde fornecem valores médios de inércia, variando a tensão ao longo da seção transversal e ao longo do comprimento de modo simplificado. Este valor médio de inércia que o modelo de Branson utiliza é compreendido entre o momento de inércia do Estádio I e do Estádio II. De maneira geral, a fórmula do modelo de Branson é dada pela Equação 23.

$$I_m = \left(\frac{M_r}{M_{at}}\right)^n \cdot I_I + \left[1 - \left(\frac{M_r}{M_{at}}\right)^n\right] \cdot I_{II} \quad (23)$$

Onde:

$I_m$  = momento de inércia efetivo para toda a peça, ou seja, inércia corrigida;

$I_I$  = momento de inércia da peça no estágio I (da seção bruta);

$I_{II}$  = momento de inércia da peça no estágio II puro;

$M_{at}$  = momento atuante, de serviço, na seção mais solicitada;

$M_r$  = momento de fissuração do concreto.

$n$  = índice de valor igual a 4, pois a análise foi feita em apenas uma seção da peça (CARVALHO E FIGUEIREDO, 2015).

Para a avaliação da aproximação da flecha imediata, onde o tempo é igual a zero, foi realizada uma adaptação na fórmula de Branson. A rigidez equivalente calculou-se a partir da Equação 24 (NBR 6118, ABNT 2014):

$$(E \cdot I)_{eq,t0} = E_{cs} \cdot \left\{ \left(\frac{M_r}{M_a}\right)^4 \cdot I_c + \left[1 - \left(\frac{M_r}{M_a}\right)^4\right] \cdot I_{II} \right\} \leq E_{cs} \cdot I_c \quad (24)$$

Sendo:

$E_{cs}$  = módulo de elasticidade secante do concreto;

$M_a$  = momento fletor na seção crítica do vão considerado, momento máximo no vão para a combinação de ações considerada nessa avaliação;

$I_c$  = momento de inércia da seção bruta de concreto.

Para calcular o momento fletor na seção crítica do vão analisado, a combinação considerada será do estado-limite de serviço ( $M_a = M_{d,ELS}$ ), de acordo com o item 11.8.3.1 da NBR 6118 (ABNT, 2014) a classificação considerada para permanência na estrutura foi verificada como quase permanente, pois o carregamento no estado-limite de serviço pode atuar durante a vida útil da estrutura, e essa consideração se fez necessária para a verificação do estado-limite de deformações excessivas. Através da tabela 11.4 da NBR 6118 (ABNT, 2014) definiu-se que para determinar o  $M_{d,ELS}$ , se utilizaria a Equação 25.

$$M_{d,ELS} = M_g + \Psi_2 \cdot M_q \quad (25)$$

Onde:

$\Psi_2$  = é o fator de redução de combinação quase permanente para ELS, onde segundo a tabela 11.2 da NBR 6118 (ABNT, 2014), seu valor para cargas acidentais de edifícios (Biblioteca, arquivos, oficinas e garagens) foi 0,6, conforme especificado na delimitação do trabalho.

O módulo de elasticidade secante do concreto é calculado através da Equação 26.

$$E_{cs} = \alpha_i \cdot E_{ci} \quad (26)$$

$\alpha_i$  = coeficiente de correção do módulo de deformação secante;

$E_{ci}$  = módulo de elasticidade.

Sendo que o coeficiente de correção do módulo de deformação da secante foi calculado através da Equação 27, sendo que seu resultado deve ser menor ou igual a um, segundo o item 8.2.8 da NBR 6118 (ABNT, 2014).



$$\alpha_i = 0,8 + 0,2 \cdot \frac{f_{ck}}{80} \quad (27)$$

O módulo de elasticidade ( $E_{ci}$ ) para  $f_{ck}$  de 20MPa a 50 MPa, foi calculado pela Equação 28.

$$E_{ci} = \alpha_E \cdot 5600 \sqrt{f_{ck}} \quad (28)$$

Onde:

$\alpha_E$  = parâmetro de função da natureza do agregado que influência o módulo de elasticidade, utilizado igual a 1,2, que é para material de basalto e diabásio, segundo o item 8.2.8 da NBR 6118 (ABNT, 2014).

Segundo Pinheiro (2007) para calcular a inércia no estágio II deveria ser utilizada a Equação 29:

$$I_{II} = \frac{b \cdot x_2^3}{3} + \alpha_e \cdot A_s \cdot (d - x_2)^2 \quad (29)$$

Onde:

$A_s$  = área de armadura necessária;

$x_2$  = posição da linha neutra máxima no estágio II;

$\alpha_e$  = relação entre os módulos de elasticidade do aço e do concreto, sendo calculado através da Equação 30.

$$\alpha_e = \frac{E_s}{E_{cs}} \quad (30)$$

Sendo:

$E_s$  = módulo e elasticidade do aço, igual a 210 GPa segundo item 8.3.5 da NBR 6118 (ABNT, 2014).

A posição da linha neutra máxima no estágio II, obteve-se a partir da Equação 31, equação de segundo grau do cálculo de momento estático da seção em relação a linha neutra (PINHEIRO, 2007).

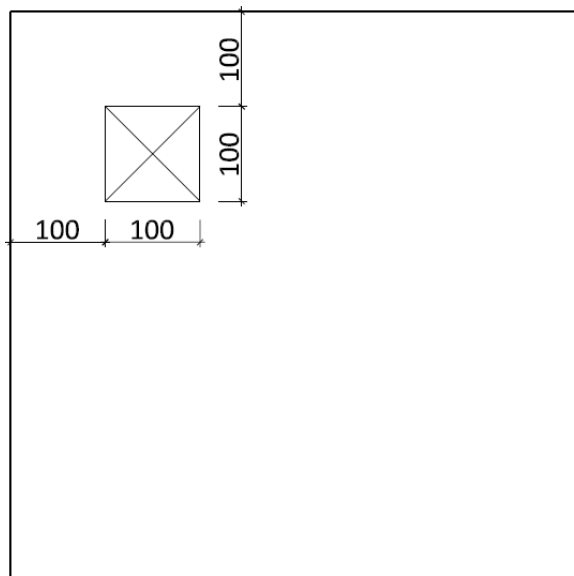
$$x_2 = \frac{-\alpha_e . A_s \pm \sqrt{(\alpha_e . A_s)^2 - 2 . b . (-\alpha_e . A_s . d)}}{b} \quad (31)$$

### 3.5. Abertura

Foram adicionadas para análise, em todos os vãos das lajes, uma abertura de mesma dimensão para todas as lajes. A escolha da dimensão desta abertura partiu do pressuposto de que, segundo o item 13.2.5.2 da NBR 6118 (ABNT, 2014), a abertura da laje deve corresponder no máximo a 1/10 do vão menor da mesma. Para que a abertura fosse igual para todos os vãos de lajes analisada, verificou-se que se fosse considerado a abertura a partir do menor vão que é de 5 metros, não seria necessário a análise na laje de maior vão, portanto, foi considerada a laje de maior vão que é de 8 metros, o que resultaria em uma abertura de 80x80 cm. Porém, para ser analisado no software computacional de análise estrutural de elementos finitos pelo método de grelha, determinada previamente de 25x25 cm, a abertura deveria conter uma dimensão múltipla da dimensão da grelha, portanto, foi concluído que o tamanho da abertura deveria ser de 100x100 cm.

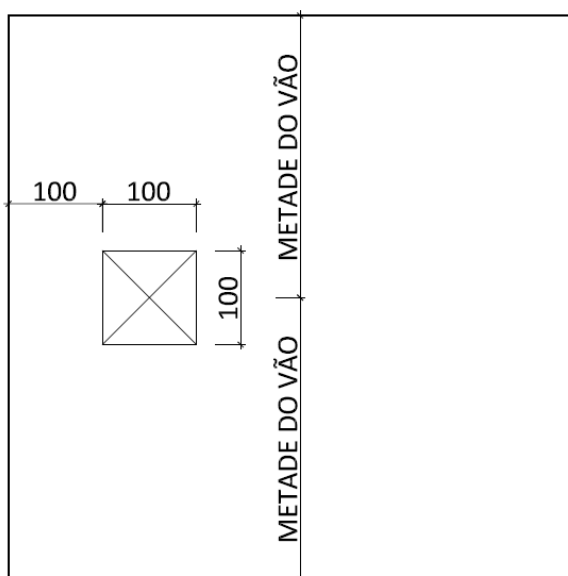
A posição da abertura também seguiu recomendações do item 13.2.5.2 da NBR 6118 (ABNT, 2014), onde refere-se que a distância entre a face de uma abertura e o eixo teórico de apoio da laje deve ser igual ou maior que ¼ do vão para que a laje não necessite de verificação da abertura. Portanto, para justificar a necessidade da verificação da abertura, foi utilizado a distância de 100 cm, que é menor que ¼ do menor vão (5 metros). Pode se observar a ilustração da posição dessas aberturas na Figura 8 e na Figura 9.

Figura 8 – Abertura localizada no canto da laje (Posição 1).



Fonte: Autora, 2017.

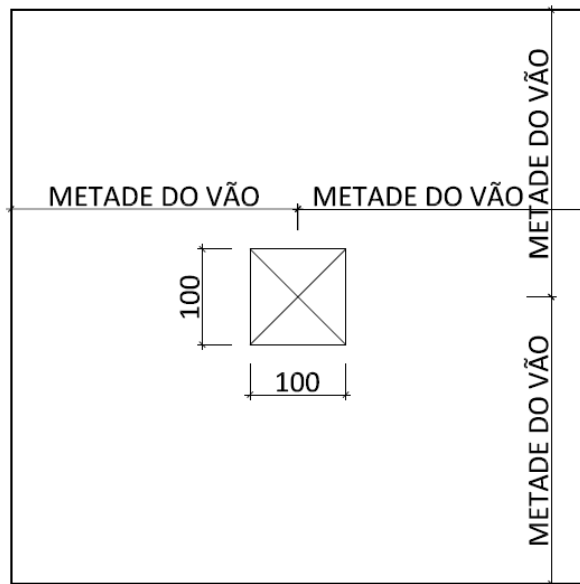
Figura 9 – Abertura centralizada a 1 metro da face da laje (Posição 2).



Fonte: Autora, 2017.

Segundo o item 13.2.5.2 da NBR 6118 (ABNT, 2014), não é necessário em relação a localização, analisar uma abertura que esteja no meio do vão da laje, porém devido à dimensão da abertura utilizada necessitou ser realizada a verificação, podendo se observar a ilustração da laje com esta abertura na Figura 10.

Figura 10 – Abertura localizada no centro da laje (Posição 3).



Fonte: Autora, 2017.

### 3.6. Software computacional de análise estrutural de elementos finitos

Para obter as deformações imediatas das lajes foi utilizado um software de análise estrutural de elementos finitos, denominado STRAP (*Structural Analysis Program*) Trial versão 12.5 para 30 dias, pois este permite uma análise das deformações imediatas através do método de grelha.

Primeiramente foram desenhadas as lajes no software de desenhos AUTO CAD, com as malhas de grelha espaçadas 25cm nos vão determinados. Inseridas as grelhas no software com a definição dos apoios rotulados indeslocáveis, os materiais, informada a rigidez nula a torção das barras da grelha, rigidez a flexão equivalente das barras obtida na planilha do Excel.

Após esse processo, foram lançados os carregamentos das lajes com as combinações de ações já definidas, considerando no carregamento a carga permanente ( $q$ ), sendo o peso próprio da estrutura, peso específico do concreto de  $2500\text{kg/m}^3$ , mais o peso do revestimento,  $38\text{kg/m}^2$  considerando reboco de 2 cm de espessura da face inferior da laje, mais  $76\text{kg/m}^2$  referente a contra piso de 4 cm de espessura e  $85\text{kg/m}^2$  referente a revestimento cerâmico aplicado sobre o contra-piso. A carga variável ( $q$ ), carga acidental de edifícios residenciais (dormitórios, sala, copa, cozinha e banheiro)  $150\text{kg/m}^2$ , garagens e estacionamento  $300\text{kg/m}^2$ ,

e biblioteca  $600 \text{ kg/m}^2$ , sendo todos os carregamentos transformados em cargas nodais nos encontros das barras das grelhas (NBR 6120, ABNT 1980).

Foram então realizadas as análises iterativas entre o software e a planilha de verificações normativa. E quando todos requisitos foram atendidos, obteve-se as deformações imediatas das lajes.

## **4. RESULTADOS E DISCUSSÕES**

Este capítulo tem por finalidade apresentar os resultados das análises das deformações das lajes estudadas neste trabalho. Serão apresentados os gráficos com essas análises para melhor entendimento de qual a laje que deforma mais e qual possui a maior variação da deformação.

### **4.1. Execução do trabalho**

Inicialmente foram desenhadas as lajes no software computacional AUTO CAD, nelas foram desenhadas a grelha com espaçamento de 25x25cm e desenhadas as aberturas na posição 1 (no canto superior, a 100 cm de cada face do apoio), posição 2 (em um sentido a 100 cm da face do apoio e no outro centralizada) e posição 3 (localizada no meio do vão). Foram desenhadas 5 lajes para cada vão, duas maciças inteiriças, para serem analisadas uma em estado limite ultimo e outra em estado limite de serviço, e outras três maciças com as aberturas, para serem analisadas em estado limite de serviço.

Após foram inseridas no software estrutural de elementos finitos, juntamente com todos os dados característicos de cada laje. Primeiro foi analisada uma laje maciça inteiriça e retirada os momentos resultantes da espessura que estava sendo testada para o estado limite último, esses momentos eram lançados na planilha do Excel, a qual atendia a todas as verificações determinadas pela NBR 6118 (ABNT, 2014), juntamente com a espessura a qual foi dimensionada os momentos, se a espessura passava em todas as verificações da planilha,

então era passada para a próxima análise, tudo isso formava um processo iterativo entre a planilha do Excel e o software computacional estrutural de elementos finitos.

Depois que a laje atendia ao estado limite último, era então dimensionada para o estado limite de serviço, fazendo o processo parecido, porém era aumentada a espessura da laje até que a deformação imediata resultante da laje atendesse ao estado limite de deformação excessiva, para a outra laje maciça inteiriça e para as lajes com aberturas, resultando em uma espessura que atendesse aos dois critérios de cálculo. E assim o processo era repetido para todos os diferentes vãos e carregamentos das lajes.

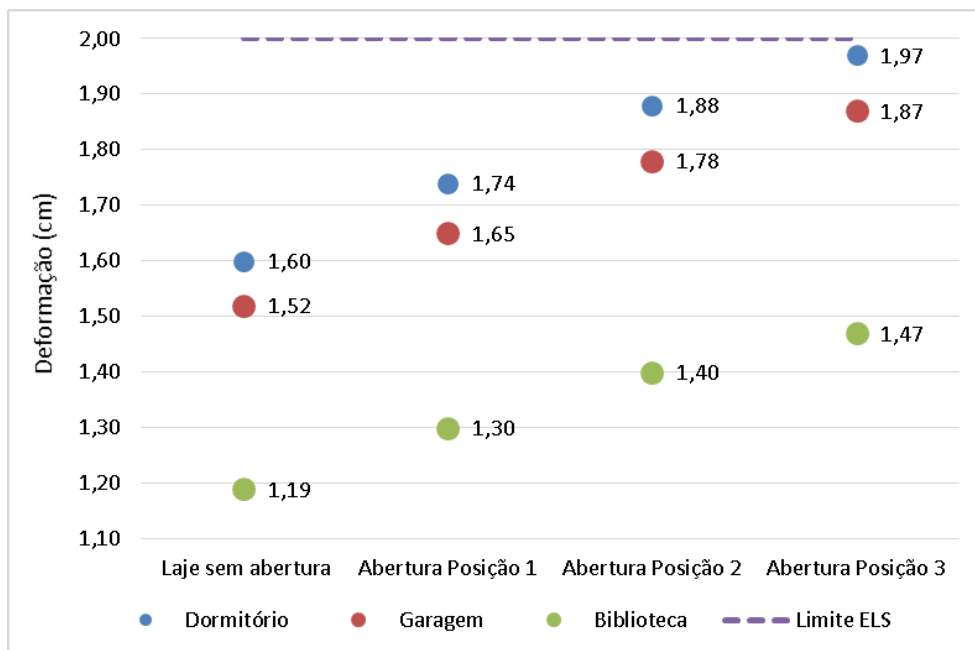
Conforme a delimitação do trabalho, foi analisada a deformação imediata, não sendo verificada os efeitos de fluência da laje. Ressaltando que não haveria grande alteração na variação das deformações, pois o coeficiente é um multiplicador da deformação imediata, tornando a variação em porcentagem a mesma que foi obtida sem a consideração deste efeito.

Os resultados das deformações, em centímetros, e das variações destas deformações, em porcentagem, foram apresentados através de gráficos. Os mesmos estarão descritos nos próximos itens deste capítulo.

## **4.2. Deformações**

A laje com vão 500x500cm resultou em espessura de 11, 12 e 14 centímetros, para o carregamento de dormitório, garagem e biblioteca, respectivamente. Analisando as deformações resultantes desta laje presentes no Gráfico 1, pode se observar uma crescente deformação em relação à laje sem abertura.

Gráfico 1 – Deformação da laje 500x500cm.



Fonte: Autora, 2017.

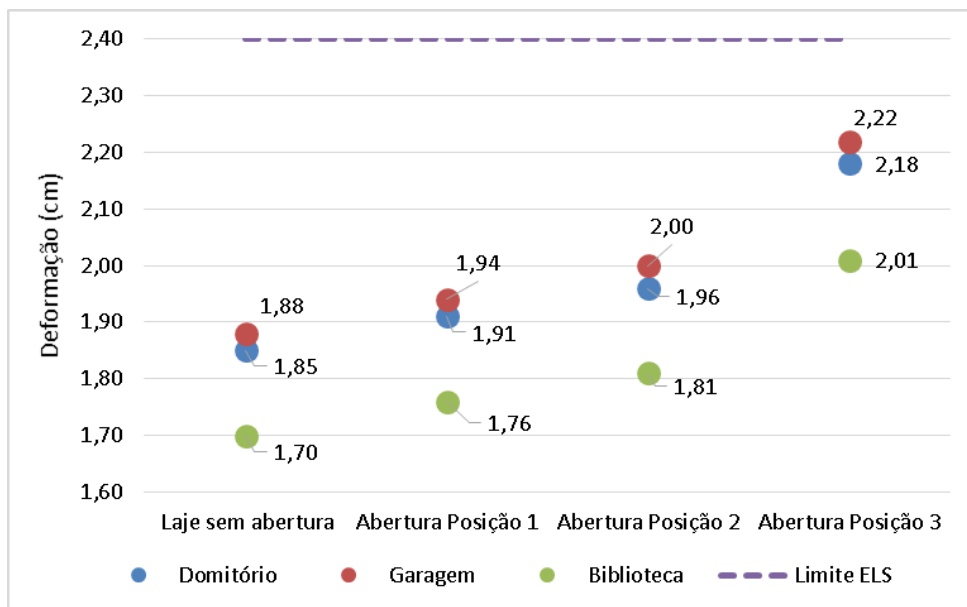
Ao observar a relação entre as lajes, com e sem abertura, no Gráfico 1 é possível identificar uma maior deformação na laje que possui o carregamento menor, diminuindo a deformação conforme o carregamento vai aumentando. A laje com carregamento de dormitório (pontos azuis) em relação à laje com carregamento de garagem (pontos vermelhos) possui uma deformação em média 5% maior, já a laje com carregamento de garagem em relação a laje com carregamento de biblioteca (pontos verdes) possui em média uma deformação 27% maior.

Pode-se observar também no Gráfico 1 que a deformação se altera conforme muda a posição da abertura na laje, apresentando o gráfico em ordem crescente de deformação, a laje com menor deformação é a laje com a abertura na posição 1 e a laje com a abertura na posição 3 resultou em uma maior deformação.

O Gráfico 2 apresenta as deformações da laje que possui dimensões de 600x600 cm. A mesma apresenta espessura, com carregamento de dormitório, garagem e biblioteca, de 14, 15 e 17 centímetros, respectivamente.



Gráfico 2 – Deformação da laje 600x600cm.



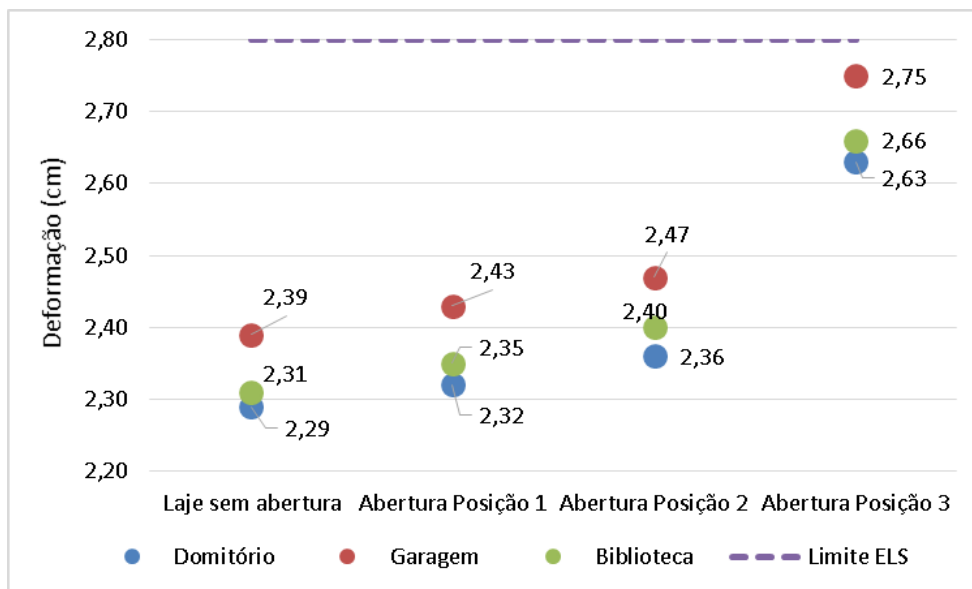
Fonte: Autora, 2017.

No Gráfico 2 pode-se observar que a deformação em relação ao carregamento se comportou diferente da laje analisada anteriormente, sendo a laje que apresenta maior deformação é a laje com carregamento de garagem, porém a laje com maior carregamento, de biblioteca, continua apresentando menor deformação em relação aos demais. Seguindo a ordem do gráfico a deformação da laje com carregamento para garagem em relação ao carregamento para dormitório é em média 1,7% maior, já a deformação da laje com carregamento para dormitório em relação a laje com carregamento de biblioteca é em média 8,52% maior.

A variação da deformação no Gráfico 2 quando comparada a posição da abertura continua com o mesmo comportamento da laje anterior, sendo que a abertura na posição 1 apresenta menor deformação e que a abertura na posição 3 apresenta maior deformação.

A espessura resultante para a laje de 700x700 cm é, para o carregamento de dormitório, garagem e biblioteca, 17,18 e 20 centímetros, respectivamente. Podendo ser observadas as deformações desta laje no Gráfico 3.

Gráfico 3 – Deformação da laje 700x700cm.

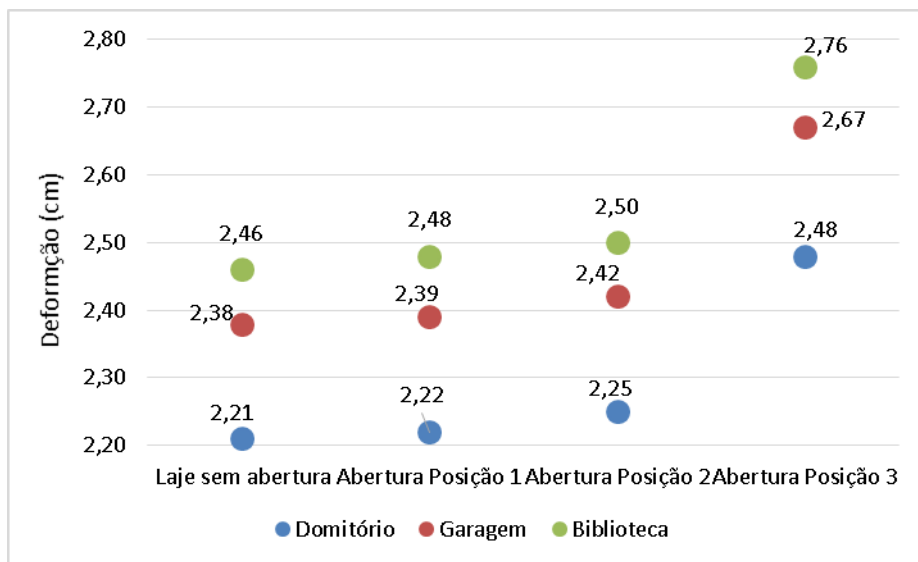


Fonte: Autora, 2017.

Quando observado o Gráfico 3, nota-se uma semelhança no comportamento da deformação quando comparada com a laje do Gráfico 2, pois a laje com carregamento de garagem foi a que resultou em uma maior deformação, porém as variações das deformações entre elas através do seu carregamento são diferentes. A deformação resultante da laje com carregamento de garagem em relação a laje com carregamento de biblioteca é em média 3,3 % maior e a deformação da laje com carregamento de dormitório em relação ao carregamento de biblioteca é em média 1,25% menor.

No Gráfico 4 pode se observar a laje com vão de 800x800cm, cuja espessuras resultantes desta laje foram de 21 centímetros para o carregamento de dormitório, 22 centímetros para o carregamento de garagem e 24 centímetros para o carregamento de biblioteca.

Gráfico 4 – Deformação da laje 800x800cm.



Fonte: Autora, 2017.

O comportamento que as deformações da laje, representadas no Gráfico 4, apresentaram em relação ao carregamento que lhe foi submetido foram diferentes das demais lajes analisadas. A laje que apresentou maior deformação foi a laje com o maior carregamento, o de biblioteca, e a laje que apresentou menor deformação foi a laje com menor carregamento. Quando se observa o Gráfico 4 e é comparada a laje com carregamento de garagem com a laje com carregamento de dormitório nota-se que a deformação é em média 7,6% maior e quando comparada a deformação da laje com carregamento de garagem com a laje com carregamento de biblioteca nota-se que a deformação é em média 3,5% menor.

O comportamento da laje do Gráfico 4 quando comparada as deformações em relação a posição da abertura é a mesma que as demais lajes. Resultando em uma pior situação na laje com abertura na posição 3 e como a melhor posição para elaboração de uma abertura a posição 1.

Todas as análises elaboradas neste capítulo foram realizadas com base nas deformações em centímetros das lajes verificadas.

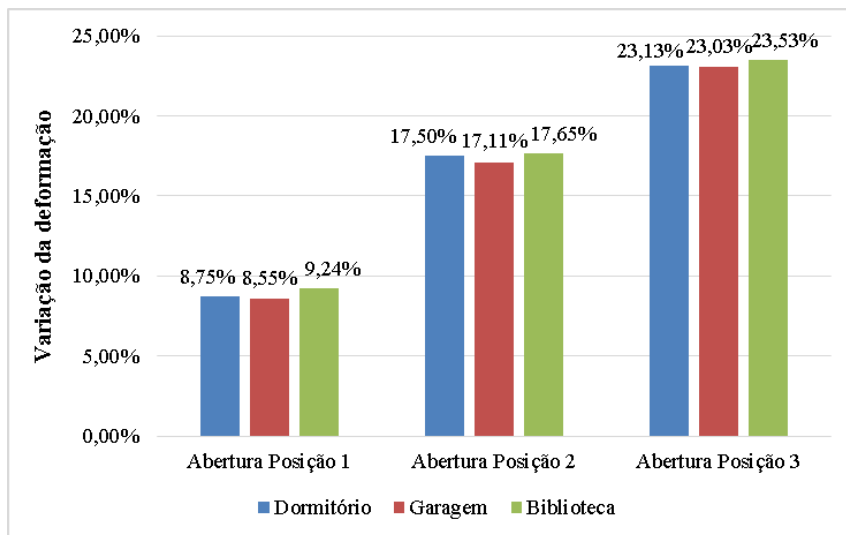
#### 4.3. Variação da deformação

Neste capítulo serão analisadas as variações das deformações das lajes maciças com abertura em relação a laje maciça inteiriça. Os resultados são apresentados em gráficos e neles

podem ser observadas as diferenças de cada variação de deformação levando em consideração a abertura e carregamento de cada.

As variações das deformações da laje com vão de 500x500cm podem ser observadas no Gráfico 5.

Gráfico 5 – Variação da deformação da laje 500x500cm.



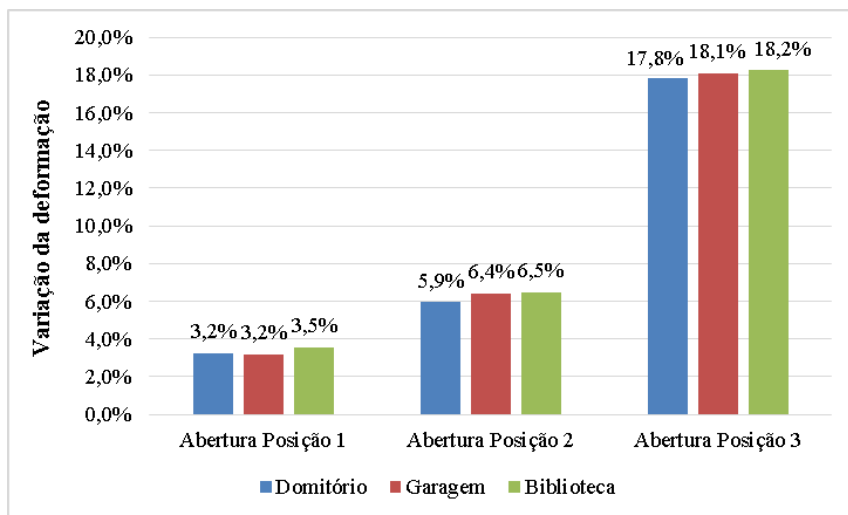
Fonte: Autora, 2017.

No Gráfico 5 observa-se que as variações desta laje se comportam de maneira aleatória quando analisadas as variações em relação ao carregamento, pois o carregamento de garagem é o carregamento que apresentou menor variação da deformação, seguido de ordem crescente, do carregamento de dormitório (menor carregamento) e biblioteca (maior carregamento).

Pode-se observar, também no Gráfico 5, que a laje com a abertura na posição 1, variou em média 8,85% a deformação em relação a laje inteiriça, demonstrando uma variação menor do que as demais posições. A laje com abertura na posição 2 variou a deformação em média 17,40% em relação a laje inteiriça. E a laje que apresentou maior variação de deformação, foi a laje com a abertura na posição 3, sendo a abertura localizada no meio do vão, contendo uma variação média da deformação de 23,20%.

A laje que possui vão de 600x600cm tem suas variações da deformação descritas no Gráfico 6.

Gráfico 6 – Variação da deformação da laje 600x600cm.



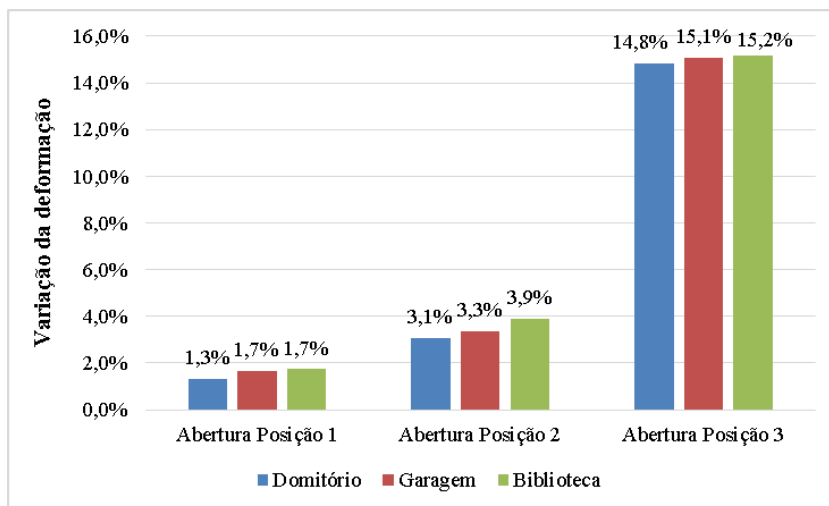
Fonte: Autora, 2017.

Observa-se no Gráfico 6, uma variação da deformação menor do que a laje anterior analisada, onde há pouca diferença na variação da deformação na laje com abertura na posição 1, notando que a variação do carregamento de dormitório e garagem ficou o mesmo para esta posição, havendo um aumento somente de 0,3% na variação do carregamento de biblioteca. Na laje com abertura na posição 2 e na posição 3 houve um aumento crescente na variação da deformação conforme aumentou o carregamento.

Pode-se observar também no Gráfico 6 que a laje com abertura na posição 1 obteve uma variação média de deformação de 3,3%, sendo a menor variação resultante deste vão. A laje com abertura na posição 2 resultou em uma variação média de deformação de 6,20%, um pouco a mais do que a posição anterior. E a laje com abertura na posição 3, resultou em uma variação média, na deformação, de 18%, sendo a posição com maior deformação deste vão, havendo uma grande diferença se comparada as lajes com as outras posições de aberturas.

As variações de deformações da laje com vão de 700x700cm está representado no Gráfico 7.

Gráfico 7 – Variação da deformação da laje 700x700cm.



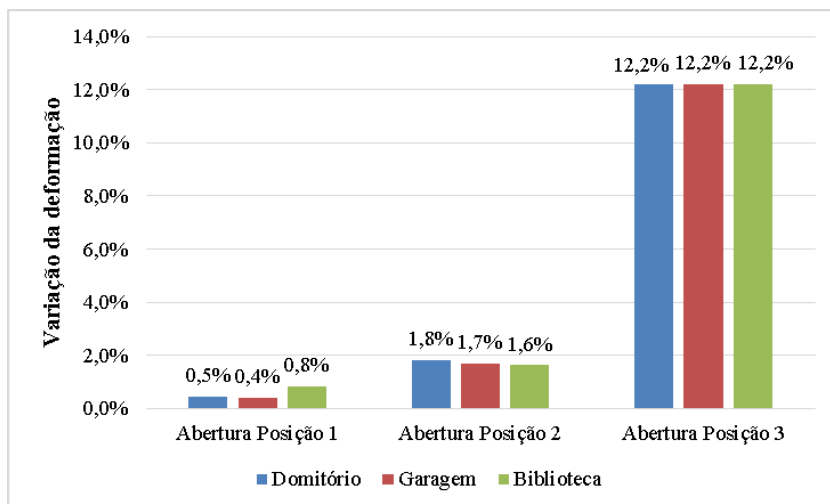
Fonte: Autora, 2017.

Inicialmente se observa no Gráfico 7 que a variação da deformação diminuiu em relação as lajes anteriores. O comportamento da variação da deformação é parecido com o da laje de vão 600x600cm, porém a variação que ficou igual, na laje com abertura na posição 1, foi da laje com carregamento de garagem e de biblioteca, ficando superior a variação da deformação em relação ao carregamento de dormitório. Nas lajes com outras posições de aberturas as variações de deformação se comportaram em ordem crescente de carregamento, menor carregamento resultou em menor variação e maior carregamento resultou em maior variação.

Ainda no Gráfico 7 a variação da deformação em relação a posição da abertura nota-se uma pequena variação na deformação da laje com abertura na posição 1, sendo valor médio de 1,5 e na posição 2, um valor médio de 3,40%. E mesmo com uma variação menor em relação as outras lajes analisadas, a laje que apresentou maior variação da deformação foi a laje com abertura na posição 3, tendo como variação média de deformação 15% a mais que a laje maciça inteiriça.

A última análise realizada, foi na laje com maior vão, de 800x800cm, as variações de deformações desta laje estão representadas no Gráfico 8.

Gráfico 8 - Variação da deformação da laje 800x800cm.



Fonte: Autora, 2017.

As variações presentes no Gráfico 8 possuem um comportamento diferente, em relação ao carregamento, das lajes anteriores. Pode ser observado que na laje com abertura na posição 1, o carregamento de garagem possuiu uma menor deformação que o carregamento de dormitório, já na laje com abertura na posição 2, os carregamentos obtiveram uma variação crescente em relação a cada carregamento e na posição 3 a variação da deformação foi igual para todos os carregamentos.

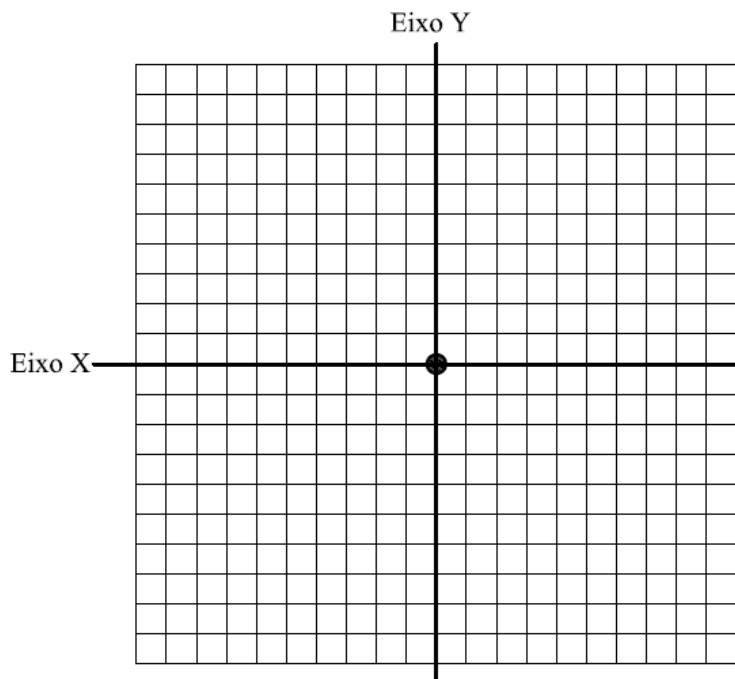
Ainda no Gráfico 8, as variações de deformações em relação a posição das aberturas foram que na laje com abertura na posição 1 houve uma média da variação de 0,50%, na laje com abertura na posição 2, houve uma média da variação da deformação de 1,70% e na posição 3 houve uma variação maior que as demais, porém, a média foi de 12,20%.

#### 4.4. Localização pontual das deformações

A análise pelo método de grelha consiste em substituir uma laje por uma malha equivalente, como descrito no item 2.5 deste trabalho, onde as cargas eram pontualmente distribuídas ao longo dos nós da grelha. As deformações eram apresentadas em cada nó de grelha e neste capítulo serão demonstrados os pontos com valores máximos para cada análise. Todas as lajes demonstradas neste capítulo são de carregamento de Biblioteca, o comportamento seguiu semelhante para os outros carregamentos.

A maior deformação encontrada para a laje sem abertura no vão de 500x500cm foi no ponto demonstrado na figura 11, no centro do vão, no encontro dos eixos x e y. Este comportamento foi semelhante para as lajes sem abertura analisadas, independente do vão e do carregamento.

Figura 11: Localização da deformação na laje sem abertura.

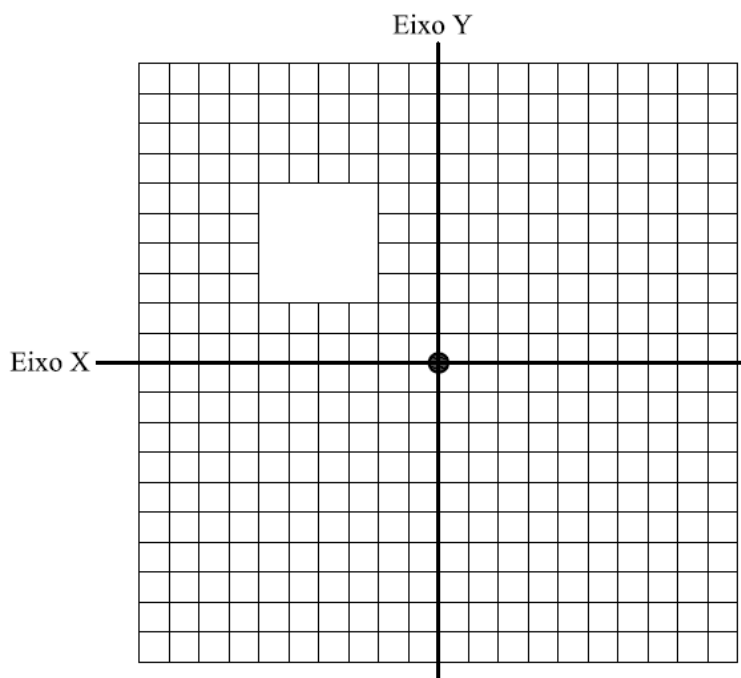


Fonte: Autora, 2017.

A maior deformação encontrada na laje com abertura na posição 1 na laje de 500x500cm foi a demonstrada na Figura 12, observa-se que é a mesma encontrada da Figura 11, localizada no meio do vão da laje, sendo assim as lajes analisadas com a abertura nesta mesma posição, independente do vão e do carregamento, seguiram o mesmo comportamento.



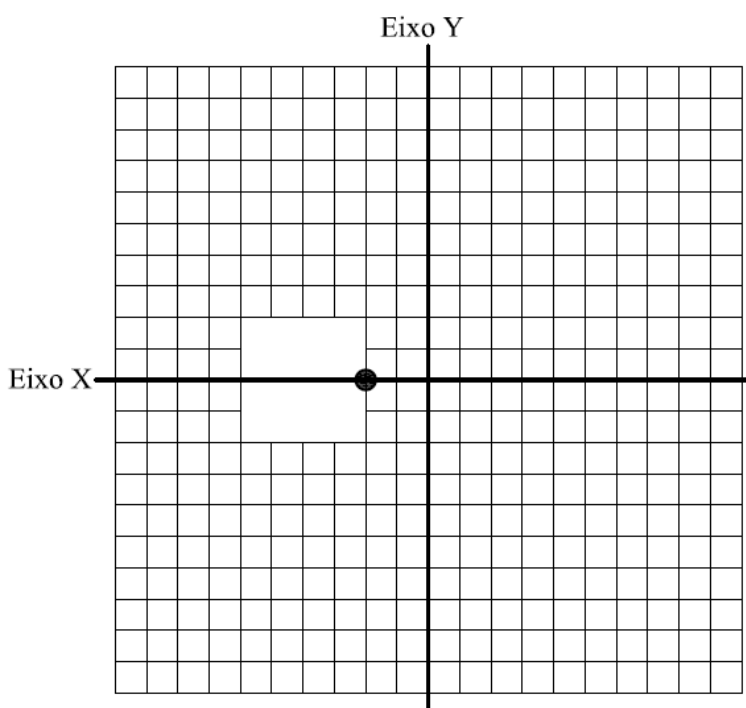
Figura 12: Localização da deformação na laje com abertura na Posição 1.



Fonte: Autora, 2017.

A maior deformação na laje com abertura na posição 2 na laje de 500x500cm está localizada a 50cm do eixo y sobre o eixo x, pode ser observada na Figura 13. Esta laje foi a exceção pois para cada vão demonstrou um ponto diferente de maior deformação.

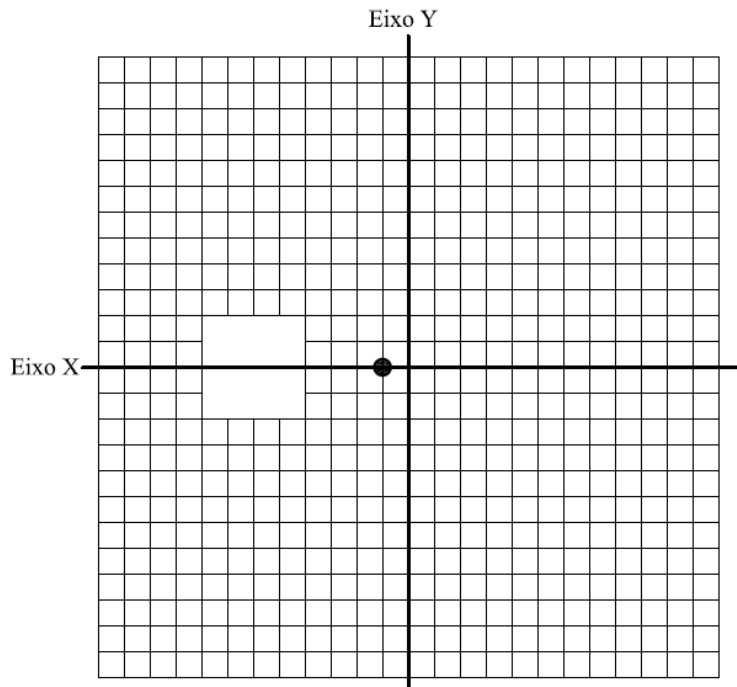
Figura 13: Localização da deformação na laje 500x500cm com abertura na Posição 2.



Fonte: Autora, 2017.

A laje de 600x600cm contendo abertura na posição 2, apresentou como o ponto que apresentou a maior deformação, o ponto a 25cm do Eixo Y, sobre o Eixo X, demonstrada na Figura 14.

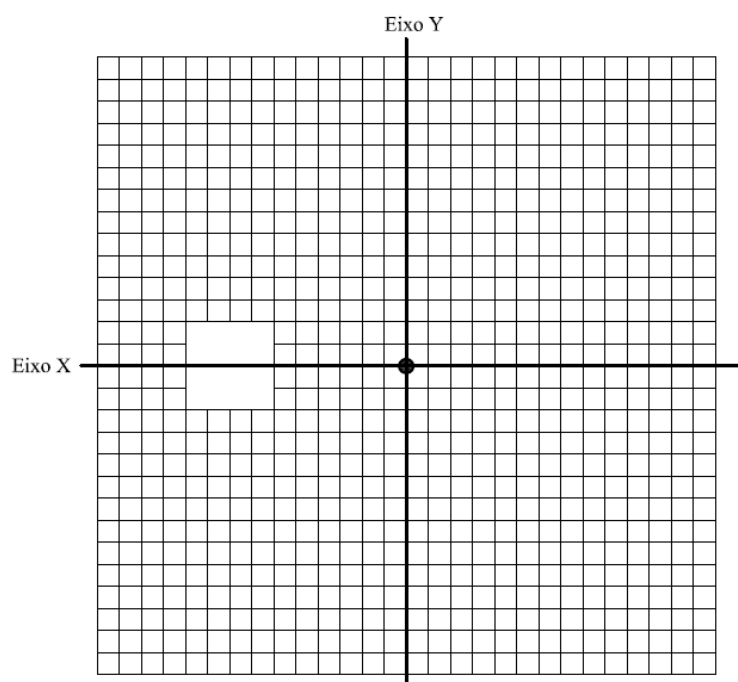
Figura 14: Localização da deformação na laje 600x600cm com abertura na Posição 2.



Fonte: Autora, 2017.

Já a posição 2 da abertura na laje de 700x700cm, apresentou comportamento semelhante às lajes sem abertura e com abertura na posição 1, pois apresentou o ponto com maior deformação centro do vão da laje. Observa-se na Figura 15.

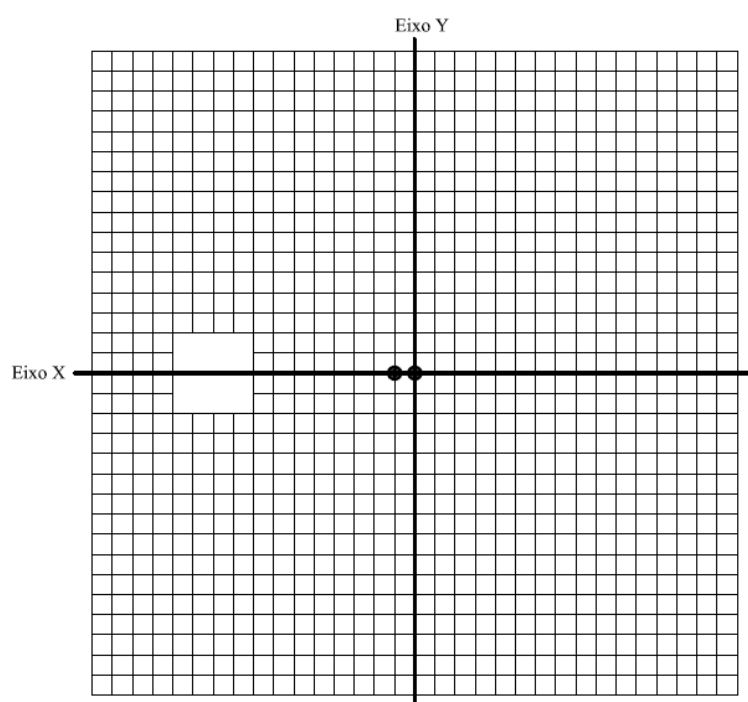
Figura 15: Localização da deformação na laje 700x700cm com abertura na Posição 2.



Fonte: Autora, 2017.

A laje de maior vão, de 800x800cm com abertura na posição 2, apresentou para este carregamento (Biblioteca), a maior deformação em dois pontos, um no centro do vão e outro a 25cm do Eixo Y, sobre o Eixo X, isso é demonstrado na Figura 16.

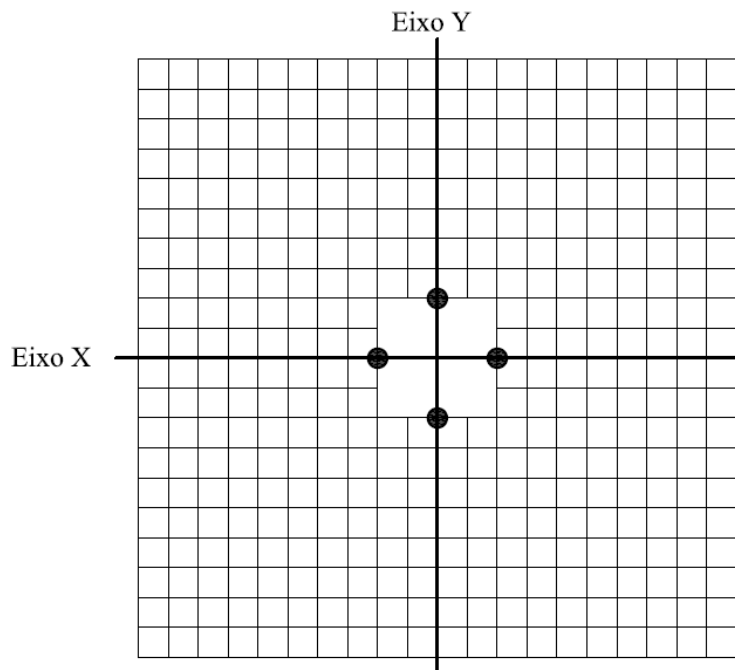
Figura 16: Localização da deformação na laje 800x800cm com abertura na Posição 2.



Fonte: Autora, 2017.

A maior deformação na laje com abertura na posição 3 está localizada no meio de cada face da abertura, podendo ser observada na Figura 17.

Figura 17: Localização da deformação na laje com abertura na Posição 3.



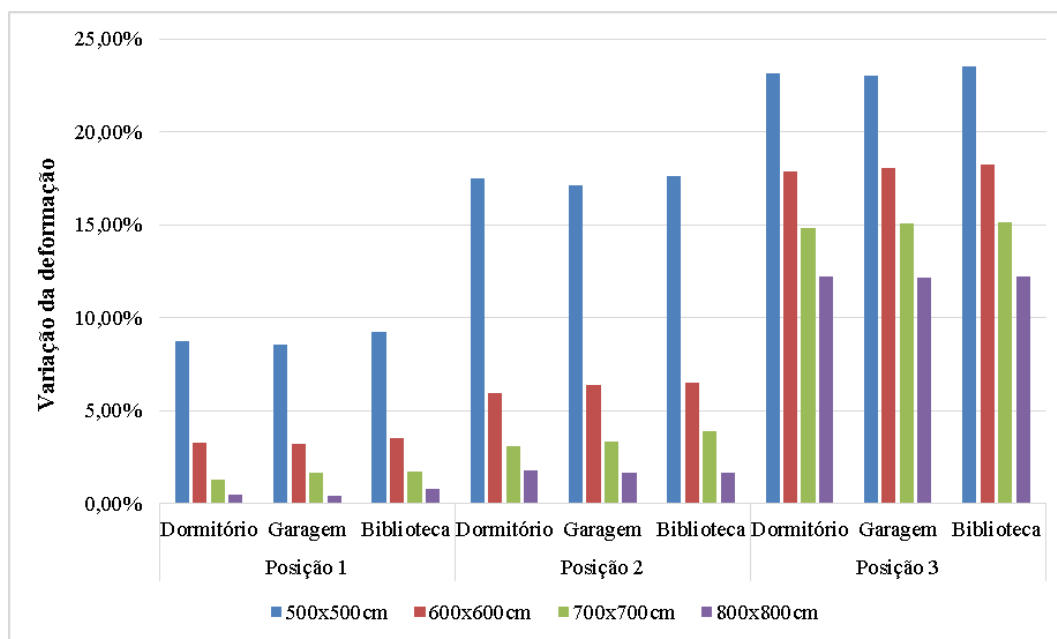
Fonte: Autora, 2017.

As posições de maiores deformações das outras lajes analisadas se repetem, ou resultaram em um ponto próximo as lajes citadas acima.

#### 4.5. Comportamento geral

Ao fazer uma análise geral dos resultados descritos até o momento, pode-se analisar o Gráfico 9 e observar como se comportam as variações das deformações das lajes verificadas.

Gráfico 9 – Resultado geral da variação das deformações.



Fonte: Autora, 2017.

O Gráfico 9 mostra que ao ser retirado uma parte do material de uma laje, ou seja, ser executado uma abertura, comprovou-se que existe a variação da deformação. Porém, essa variação muda conforme muda o carregamento e posição da abertura.

No Gráfico 9 pode-se também observar que em algumas lajes como na de vão 500x500cm, se observa que a ordem que a variação das deformações segue é a de garagem, dormitório e biblioteca, não seguindo a ordem de quanto maior o carregamento maior a deformação. Já a laje com vão de 600x600cm e 700x700cm a ordem de variação da deformação, no geral, foi em ordem crescente de carregamento. Na laje de vão 800x800cm a laje com abertura na posição 1 seguiu a mesma ordem de variação na deformação da laje com menor vão, a laje com abertura na posição 2 seguiu a ordem crescente de variação conforme o carregamento e a laje com abertura na posição 3 resultou em todas as variações de deformações iguais.

Observa-se também que conforme aumenta o vão da laje, a porcentagem das variações de deformações diminui. Podendo ser observada na laje de vão maior, 800x800cm, a variação da deformação na posição 1 próxima de 1%, já a laje de menor vão, 500x500cm, a variação da deformação fica próxima a 10%, permanecendo também uma grande diferença para as posições 2 e 3 da abertura.

A posição da abertura nas lajes apresentou grande influência na variação da deformação. Por exemplo, no vão 800x800cm, no carregamento de garagem a laje com a abertura na posição 3 chegou a apresentar 29 vezes mais variação de deformação em relação a laje com abertura na posição 1.

Sendo então a posição da abertura na laje que apresentou a menor deformação é a abertura na posição 1, podendo ser observado no Gráfico 8, que independente do carregamento a variação da deformação é menor em relação as outras posições. A posição 2, resultou em variações de deformações maiores que na posição 1 e a posição da abertura na laje que resultou na maior deformação, comparando com a posição 1 e 2, é a posição 3.

## **5. CONSIDERAÇÕES FINAIS**

Durante o estudo, constatou-se que atualmente, grande parte das construções executadas no Brasil, são em concreto armado, logo além de ser um material que possui facilidade para encontrar mão de obra, devido a questões históricas, também se torna barato se comparado aos demais sistemas construtivos.

As lajes possuem carregamentos permanentes e acidentais, sendo o primeiro, peso próprio e revestimento, e o segundo, cargas acidentais referentes a ocupação. Dependendo do estado limite analisado, são realizadas combinações de carregamentos com coeficientes de ponderação diferentes.

O concreto armado composto por aço e concreto, resiste fundamentalmente à tração e compressão, as lajes maciças de concreto armado devido a estas resistências admitem esforços gerados por cargas e ações, sendo estes predominantemente flexão e cisalhamento. As lajes podem possuir aberturas ou não, que ao serem executadas geram alterações no diagrama de tensões, mudando o comportamento das deformações.

A NBR 6118 (ABNT, 2014) define dimensões de espessura mínimas para as lajes, padrões de durabilidade, baseados na agressividade do meio onde estão inseridas e garantida pelo cobrimento das armaduras, taxas de armaduras máximas e mínimas e estados limites para que a peça possua qualidade, segurança, durabilidade e bom desempenho.

Em suma, as lajes de concreto armado podem trabalhar em seis domínios de deformações, sendo indicado que trabalhem nos domínios 2 ou 3. O dimensionamento das lajes no estado-limite último deve ser no estágio de fissuração III, garantindo um rompimento dúctil

caso a peça chegue ao colapso. O dimensionamento no estado-limite de serviço deve ser realizado no estágio de fissuração I ou II, para que as peças de concreto armado apresentem adequadas deformações em serviço.

Para que as lajes não necessitem de armadura de cisalhamento deve-se garantir que o conjunto de mecanismos de resistência a tração do concreto juntamente com o efeito de pino da armadura resistam ao esforço cortante atuante na peça. As lajes maciças podem ser analisadas pelo método de grelha equivalente num software de análise estrutural de elementos finitos para verificação das deformações. Onde todas características geométricas, de materiais, carregamentos e combinações de ações devem ser informadas pelo usuário.

Ao analisar as lajes, constatou-se que quanto mais a abertura se afasta dos cantos da laje e se aproxima do meio do vão mais aumenta a variação da deformação se comparada as lajes sem abertura. Comprovando então que a posição de abertura mais adequada para se executar uma abertura é mais próxima do canto das lajes.

O material que compõe a laje serve para resistir as tensões internas, e ao ser retirado parte deste, ou seja, ao ser executada uma abertura, ocorrem perturbações nas tensões das mesmas (MARTINS, 1992). Sendo que a região com acúmulo das tensões mais significativas de uma laje, é no meio do vão, visto que comumente lajes possuem maior tendência a deformar por flexão e não cisalhamento, e ao ser executada uma abertura as tensões se redistribuem sobre a laje (LEONHARDT e MONNIG, 1978). Porém o estudo mostrou que esta redistribuição das tensões não é o suficiente para garantir que não haja elevado aumento na deformação das lajes, justificando com a elevada variação na deformação que a laje apresenta com a abertura no meio do vão.

Baseado nos resultados obtidos, também pode-se concluir que ao ser executado uma abertura de 100x100cm em uma laje de vão 500x500cm a retirada de material se torna mais significativa do que a execução desta mesma abertura em uma laje de 800x800cm. Justificando a diminuição na deformação que o vão maior apresenta em relação aos vãos menores.

Quanto maior o vão da laje, maior a sua espessura, levando assim a um considerável aumento de rigidez da laje. Dessa forma quando comparadas as variações de deformações em vãos maiores, o aumento da rigidez diminui essas variações.



Ao ser alterado o carregamento da laje observou-se pequena variação na deformação, porém quando foi variado a posição da abertura houve grande variação. Isso demonstra que a variação da posição da abertura na laje influencia na deformação da mesma, devendo sempre ser analisada com atenção a laje que possui abertura, buscando executar uma abertura mais próximas aos cantos da laje. Este estudo demonstra que a posição 1 (canto superior da laje) da abertura é a mais indicada para a execução da abertura, e a posição 3 (abertura centralizada no vão da laje) da abertura é a menos indicada.

Sugere-se que seja dada continuidade ao estudo do tema proposto, com o dimensionamento destas lajes com e sem abertura. Ou seja, calcular a variação da taxa de armadura utilizada nas lajes com e sem abertura.

## 6. REFERÊNCIAS

ALMEIDA, MARIA CASCÃO FERREIRA DE. **Estruturas isostáticas**. Oficinas de textos. São Paulo, 2009. Disponível em < <https://books.google.com.br>>. Acesso em: 12 mai. 2017.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118: Projeto e estruturas de concreto – Procedimento**. Rio de Janeiro, 2014.

\_\_\_\_\_. **NBR 6120: Cargas para o cálculo de estruturas de edificações**. Rio de Janeiro, 1980.

ARAÚJO, José Milton de. **Curso de concreto armado**. Editora Dunas, 2014. V.1, 4 ed.

BEER, Ferdinand P.; JOHNSTON JR, E. Russell; Tradução e revisão técnica Celso Pinto Morais Pereira. **Resistência dos materiais**. 3º Edição. São Paulo, 1995.

BOTELHO, Manoel Henrique Campos; MARCHETTI, Osvaldemar. **Concreto armado, eu te amo**. Volume 1. 5º Edição. Editora Blucher. São Paulo, 2008.

CARVALHO, Roberto Chust, FIGUEIREDO FILHO, Jasson Rodrigues de. **Cálculo e detalhamento de estruturais usuais de concreto armado: segundo a NBR 6118:2014**. 4 ed. São Carlos: EdUFSCar, 2015.

CARVALHO, Roberto Chust, PINHEIRO, Libânio Miranda. **Cálculo e detalhamento de estruturas usuais de concreto armado: Volume 2**. São Paulo: Pini, 2009.

CLÍMACO, João Carlos Teatini de Souza. **Estruturas de concreto armado: fundamentos de projeto, dimensionamento e verificação**. Editora Universidade de Brasília, 2015.

FUSCO, Péricles Brasiliense. **Técnica de armar as estruturas de concreto**. Editora Pini, São Paulo, 1995.

FUSCO, Péricles Brasiliense. **Tecnologia do concreto estrutural: tópicos aplicados**. Editora Pini. São Paulo, 2008.

GURERRIN, A.; LAVAU, Roger. C, **Tratado de concreto armado**. Volume 3. Editora Hemus, Brasil, 2002.

LEONHARDT, Fritz; MONNIG, Eduard. **Construções de concreto, volume 3: princípios básicos sobre a armação de estruturas de concreto**. Editora Interciência LTDA. Rio de Janeiro, 1978.

LOPES, André Felipe de Oliveira. **Estudo técnico comparativo entre lajes maciças e nervuradas com diferentes tipos de materiais de enchimentos**. 2012. 102 f. Monografia (Trabalho de Conclusão do Curso de Engenharia Civil) – Universidade Federal de Pernambuco, Caruaru, 2012.

MARTINS, Maj Eng. Osório de Almeida. **Considerações Geométricas sobre abertura nas estruturas de concreto armado (Edificações residenciais e comerciais)**. Revista da DIRENG. Brasil, 1992.

MOURA, Marcio Wrague; MARCELLINO, Narbal Ataliba. **Avaliação da deformação em lajes bidirecionais de concreto armado**. V simpósio EPUSH sobre Estruturas de Concreto. São Paulo, 2013.

NASH, William A. **Resistência dos materiais**. Quarta edição. Editora Mc Graw-Hill, Lisboa, Portugal, 2001.

PINHEIRO, Libânio M. **Fundamentos do concreto e projeto de edifícios**. Departamento de Engenharia de Estruturas, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2007.

RECCO, Rafael Pescador. **Avaliação do Custo e do Comportamento de uma Estrutura de Concreto Armado Analisando a Rigidez do Engastamento entre Vigas/Pilas e Utilizando Diferentes Valores de Resistência a Compressão**. 2007. 133 f. Dissertação (Graduação em Engenharia Civil). Universidade do Extremo Sul Catarinense, Criciúma.



# UNIVATES

Rua Avelino Tallini, 171 | Bairro Universitário | Lajeado | RS | Brasil

CEP 95900-000 | Cx. Postal 155 | Fone: (51) 3714-7000

[www.univates.br](http://www.univates.br) | 0800 7 07 08 09